

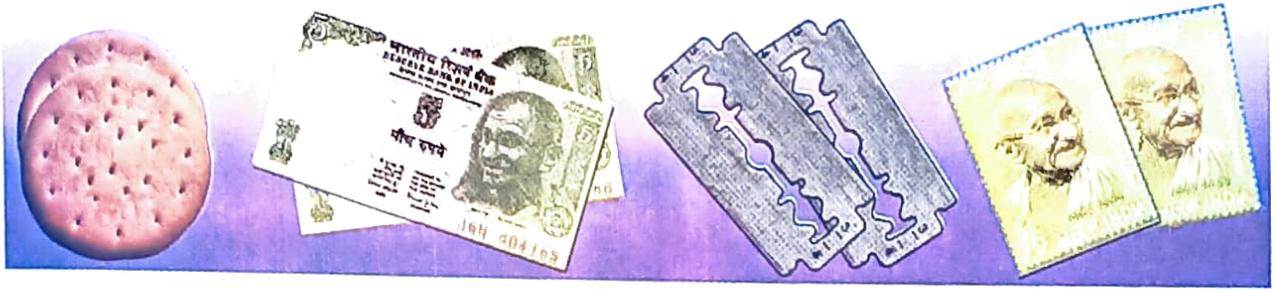
অধ্যায় - 7

ত্রিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা



7.1 সৰ্বাংগসম বস্তুবোৰ এটা আনটোৰ প্ৰতিকৰণ বা অবিকল। দুটা বস্তুৰ মাজৰ সৰ্বসম সম্পৰ্কটোৱে সৰ্বাংগসমতা। এই অধ্যায়ত আমি ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতাৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰিম।

ত্রিভুজৰ সৰ্বাংগসমতাৰ বিষয়ে আলোচনা কৰাৰ আগতে আমি তলৰ চিত্ৰবোৰ চাওঁ আহা—



চিত্ৰ- 7.1

এখন ব্লেডৰ ওপৰত আন এখন ব্লেড ৰাখিলে, এটা ডাক টিকটৰ ওপৰত আন এটা একেধৰণৰ ডাক টিকট ৰাখিলে বা এখন পাঁচটকীয়া নোটৰ ওপৰত আন এখন পাঁচটকীয়া নোট ৰাখিলে এইবোৰ সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি নাযায়নে? ইহঁতে সৰ্বাংগসমতা দেখুৱাইছে। আমাৰ চাৰিওফালে সৰ্বাংগসমতা দেখুওৱা অনেক বস্তু আছে।

দুটা চিত্ৰৰ সৰ্বাংগসমতা চাবলৈ এটা চিত্ৰৰ ওপৰত আনটো চিত্ৰ ৰাখি মিলালে দুয়োটা অংগে অংগে মিলি যায়।

- সৰ্বাংগসম চিত্ৰৰ কালি সমান।
- অনুৰূপ কোণ আৰু অনুৰূপ বাহুবোৰ সমান।
- সৰ্বাংগসম ৰেখাখণ্ডবোৰ সমান জোখৰ।

সৰ্বাংগসমতাক \cong চিহ্নেৰে লিখা হয়।

DAILY ASSAM

7.2 সৰ্বাংগসম ৰেখাখণ্ড :

যদি এডাল ৰেখাখণ্ড আন এডাল ৰেখাখণ্ডত সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি যায় তেন্তে ৰেখাখণ্ড দুডালক সৰ্বাংগসম বোলা হয়।

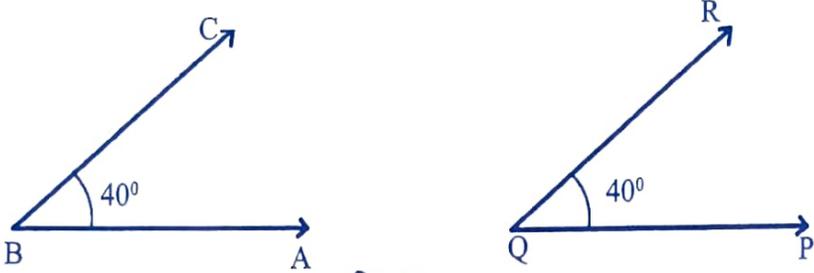


চিত্ৰ- 7.2

দুডাল ৰেখাখণ্ড সৰ্বাংগসম যদি সিহঁত সমান জোখৰ। চিত্ৰ (7.2) ত AB আৰু EF দুডাল ৰেখাখণ্ড। ইহঁত সমান জোখৰ গতিকে সৰ্বাংগসম। ইয়াক $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ দৰে লিখা হয়। \overline{AB} সৰ্বাংগসম \overline{EF} বুলি পঢ়া হয়।

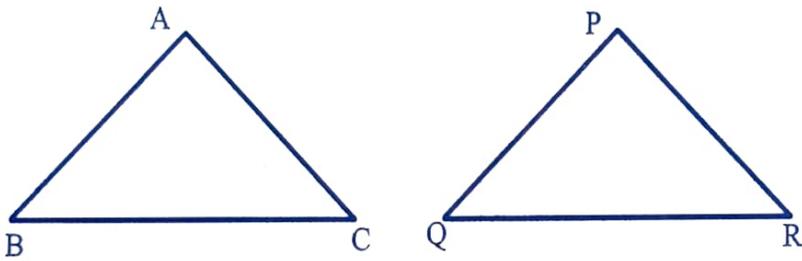
7.3 কোণৰ সৰ্বাংগসমতা :

চিত্ৰ 7.3 লৈ মন কৰা। $\angle ABC$ ৰ ওপৰত $\angle PQR$ এনেদৰে ৰাখা যাতে \overline{AB} , \overline{PQ} ৰ ওপৰত সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি যায়। কোণ দুটা সমান জোখত অঁকা বাবে ইয়াৰ \overline{BC} ৰ ওপৰত \overline{QR} মিলি যাব। ইয়াত $\angle ABC \cong \angle PQR$ । অৰ্থাৎ সমান জোখৰ কোণবোৰ সৰ্বাংগসম।



চিত্ৰ- 7.3

7.4 সৰ্বাংগসম ত্ৰিভুজ :



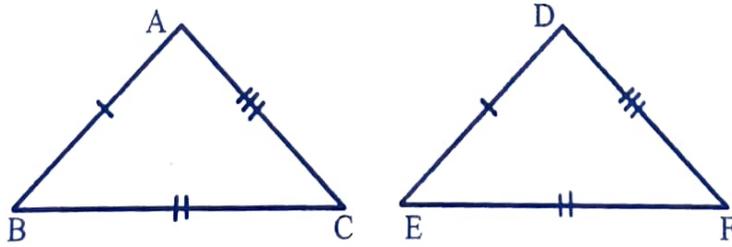
চিত্ৰ- 7.4

চিত্ৰ 7.4 দিয়া ত্ৰিভুজ দুটালৈ মন কৰা। প্ৰথম চিত্ৰটো দ্বিতীয়টোৰ ওপৰত মিলাই দিওঁতে ত্ৰিভুজ দুটা সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি গ'ল। আমি ক'ব পাৰিম ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হ'ব। ইয়াক আমি $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ হিচাপে লিখিম আৰু 'ত্ৰিভুজ ABC সৰ্বাংগসম ত্ৰিভুজ PQR' বুলি পঢ়িম।

চিত্ৰ দুটা মিলাই দিলে দেখা যাব $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ আৰু $\angle C = \angle R$ আৰু $\overline{AB} = \overline{PQ}$, $\overline{BC} = \overline{QR}$, $\overline{AC} = \overline{PR}$ ।

7.5 ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ চৰ্তাৱলী :

7.5.1. বাহু - বাহু - বাহু চৰ্ত (S-S-S Criteria) :

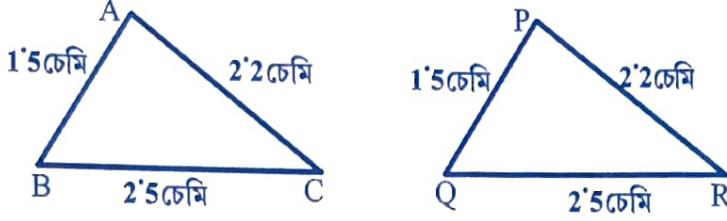


চিত্ৰ- 7.5

$\triangle ABC$ আৰু $\triangle DEF$ ৰ যদি
 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
 তেন্তে, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

এটা ত্রিভুজৰ তিনিটা বাহু আন এটা ত্রিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সৈতে সমান হ'লে ত্রিভুজ দুটা বাহু বাহু বাহু সৰ্বসমতাৰ চৰ্তমতে সৰ্বাংগসম হ'ব।

উদাহৰণ 1 : $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $AB = 1.5$ চে মি, $BC = 2.5$ চে মি, $AC = 2.2$ চে মি, $PQ = 1.5$ চে মি, $QR = 2.5$ চে মি, $PR = 2.2$ চে মি, ত্রিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰি চোৱা। যদি হয় সৰ্বসম সম্বন্ধটো প্ৰতীক ৰূপত লিখা।



সমাধান :

ইয়াত $AB = PQ = 1.5$ চে মি
 $BC = QR = 2.5$ চে মি
 $AC = PR = 2.2$ চে মি

আমি দেখিলো এটা ত্রিভুজৰ তিনিটা বাহু আনটো ত্রিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সমান। সেইকাৰণে বাহু-বাহু-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্তমতে ত্রিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম। ইয়াৰ পৰা সমতাৰ তিনিটা সম্বন্ধ লিখিব পাৰি।

অনুৰূপ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ মিলি যায়। অৰ্থাৎ,

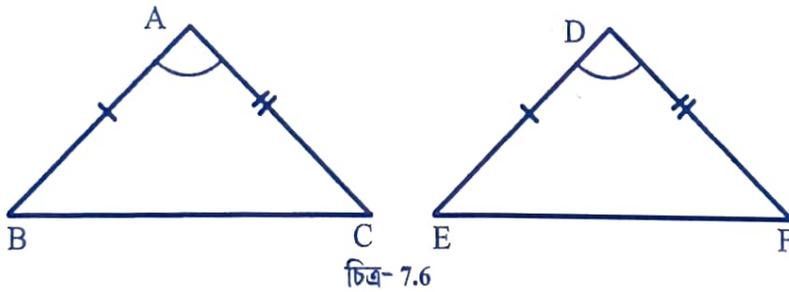
$A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q, C \leftrightarrow R$

অনুৰূপ কোণবোৰ মিলি যায়, $\angle A \leftrightarrow \angle P, \angle B \leftrightarrow \angle Q$ আৰু $\angle C \leftrightarrow \angle R$

আৰু অনুৰূপ বাহুবোৰ মিলি যায়, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{PQ}, \overline{BC} \leftrightarrow \overline{QR}, \overline{AC} \leftrightarrow \overline{PR}$

7.5.2. বাহু-কোণ-বাহু চৰ্ত (S-A-S Criteria) :

যদি এটা ত্রিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণ আনটো ত্রিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণৰ সমান হয় তেন্তে ত্রিভুজ দুটা বাহু-কোণ-বাহু সৰ্বসমতাৰ চৰ্ত অনুযায়ী সৰ্বাংগসম।



চিত্ৰ-7.6

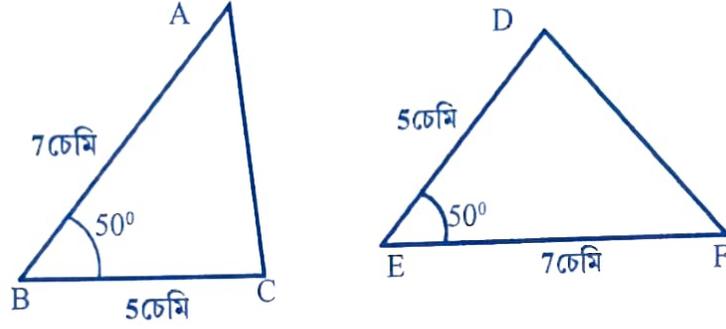
$\triangle ABC$ আৰু $\triangle DEF$ ৰ যদি

$$\overline{AB} = \overline{DE}, \angle A = \angle D, \overline{AC} = \overline{DF}$$

তেন্তে $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

ত্রিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা

উদাহৰণ 2 : চিত্ৰত ABC আৰু DEF ৰ দুটা ত্ৰিভুজ, $AB = 7$ চেমি, $BC = 5$ চেমি, $\angle B = 50^\circ$, $DE = 5$ চেমি, $EF = 7$ চেমি, $\angle E = 50^\circ$ ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।



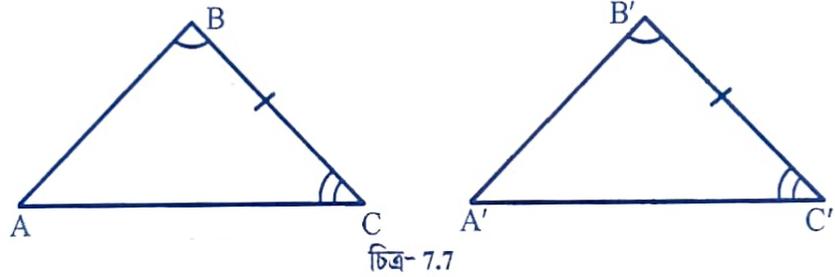
সমাধান :

দিয়া আছে, $AB = FE = 7$ চেমি
 $BC = ED = 5$ চেমি
 $\angle B = 50^\circ = \angle E = 50^\circ$

গতিকে বাহু-কোণ-বাহু চৰ্তমতে
 $\triangle ABC \cong \triangle FED$

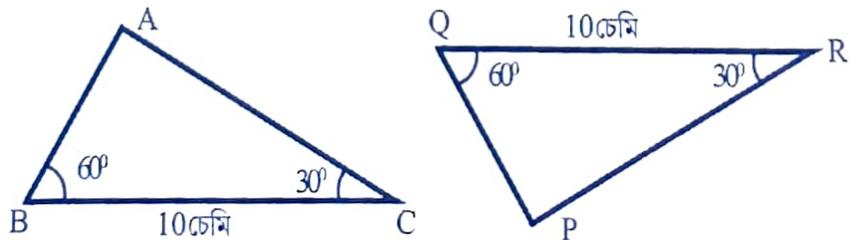
7.5.3. কোণ-বাহু-কোণ চৰ্ত (A-S-A Criteria) :

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু সিহঁতৰ উম্মেহতীয়া বাহুটো অন্য এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু উম্মেহতীয়া বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়।



চিত্ৰত $\triangle ABC$ আৰু $\triangle A'B'C'$ ৰ
 যদি $\angle B = \angle B'$, $BC = B'C'$ আৰু $\angle C = \angle C'$
 তেন্তে, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

উদাহৰণ 3 : $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $BC = 10$ চেমি, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $QR = 10$ চেমি,
 $\angle Q = 60^\circ$, $\angle R = 30^\circ$ কোণ বাহু কোণ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে পৰীক্ষা কৰা।



সমাধানঃ

$$\begin{aligned} \text{ইয়াত } \overline{BC} &= \overline{QR} = 10 \text{ চে মি} \\ \angle B &= \angle Q = 60^\circ \\ \angle C &= \angle R = 30^\circ \end{aligned}$$

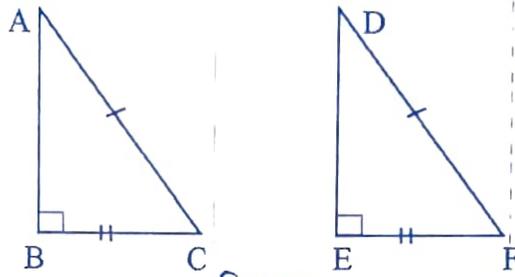
গতিকে কোণ বাহু কোণ চৰ্তমতে

$$\Delta ABC \cong \Delta PQR$$

7.5.4. সমকোণ অতিভুজ বাহু সৰ্বাংগসমতা চৰ্ত (R-H-S Criteria) :

যদি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহু যথাক্ৰমে আন এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু অনুরূপ বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়।

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ আৰু } \Delta DEF \text{ ৰ} \\ \angle B &= \angle E = 90^\circ \\ \overline{BC} &= \overline{EF}, \overline{AC} = \overline{DF} \\ \text{গতিকে, } \Delta ABC &\cong \Delta DEF \end{aligned}$$

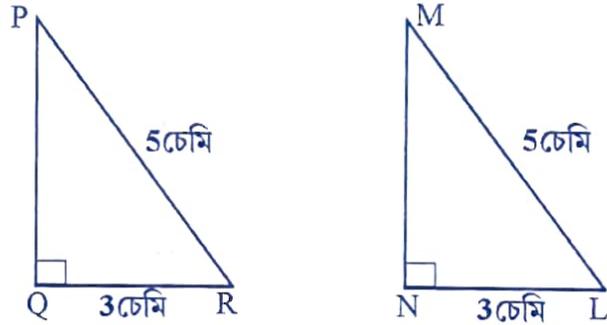


চিত্ৰ- 7.8

উদাহৰণ 4 : ΔPQR আৰু ΔMNL ৰ, $\angle Q = 90^\circ$, $\overline{QR} = 3$ চে মি, $PR = 5$ চে মি, $\angle N = 90^\circ$, $\overline{NL} = 3$ চে মি, $\overline{ML} = 5$ চে মি। R-H-S সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত মতে ত্ৰিভুজ দুটাৰ সৰ্বাংগসমতাৰ পৰীক্ষা কৰা।

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} \text{দিয়া আছে, } \angle Q &= \angle N = 90^\circ \\ \overline{QR} &= \overline{NL} = 3 \text{ চে মি} \\ \overline{PR} &= \overline{ML} = 5 \text{ চে মি} \end{aligned}$$

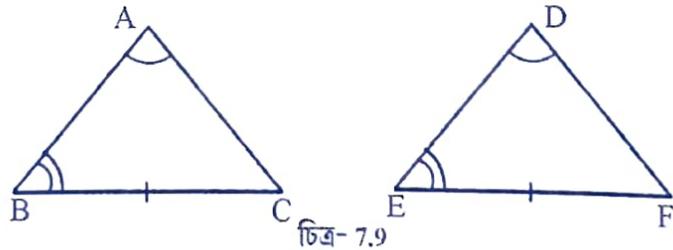


\therefore সমকোণ-অতিভুজ-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম।

অনুসিদ্ধান্তঃ কোণ-কোণ- বাহুঃ

দুটা ত্ৰিভুজক কোণ কোণ বাহু চৰ্ত সাপেক্ষে সৰ্বাংগসম বুলি কোৱা হ'ব যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু যিকোনো এডাল বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ অনুরূপ দুটা কোণ আৰু এডাল অনুরূপ বাহুৰ সমান।

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ আৰু } \Delta DEF \text{ ৰ} \\ \text{যদি } \angle A &= \angle D, \angle B = \angle E, BC = EF \\ \Delta ABC &\cong \Delta DEF \end{aligned}$$



চিত্ৰ- 7.9

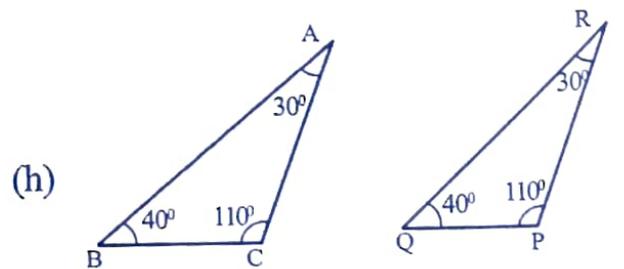
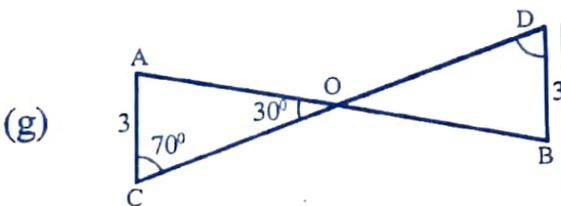
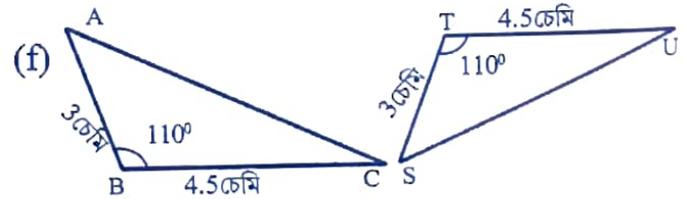
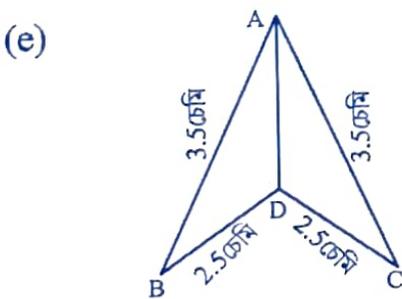
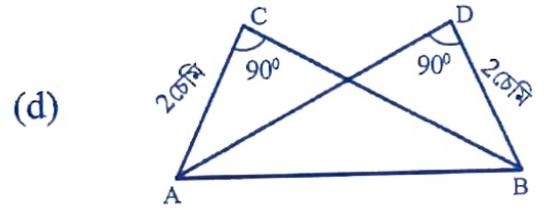
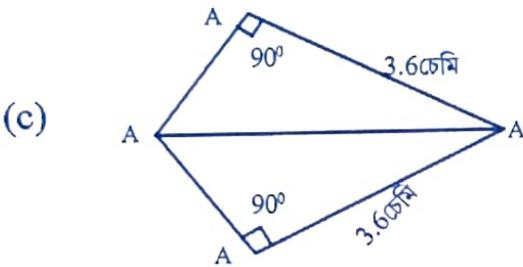
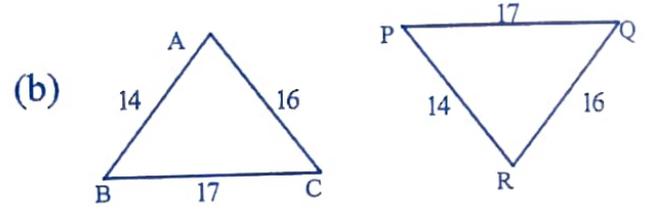
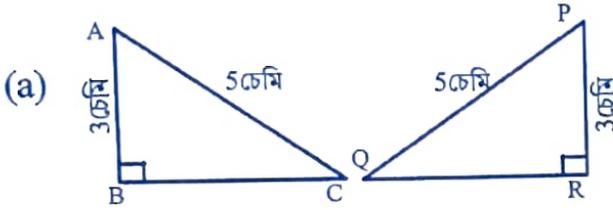
টোকা :

→ AAS হ'ল A-S-A ৰ এটা বিশেষ অৱস্থা।

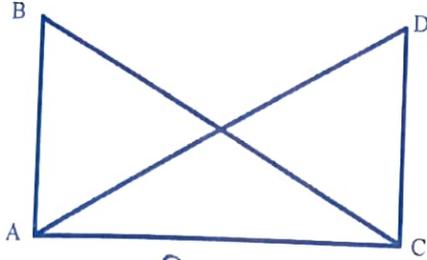
→ মনত ৰাখিবা যে A-A-A অৰ্থাৎ কোণ-কোণ-কোণ দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বাংগসম হোৱাৰ চৰ্ত নহয়। কিয়নো এটা ত্ৰিভুজক তিনিটা কোণ আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমান হ'লে ইহঁতৰ অনুৰূপ বাহু তিনিডাল পৰস্পৰ সমান নহ'বও পাৰে।

অনুশীলনী-7.1

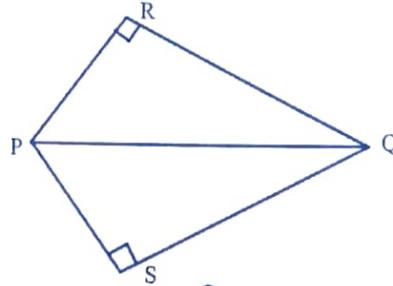
1. চিত্ৰত ত্ৰিভুজৰ যোৰসমূহৰ জোখবোৰ দিয়া আছে। দেখুওৱা যে ত্ৰিভুজৰ যোৰবোৰ সৰ্বাংগসম। সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত উল্লেখ কৰা।



2. চিত্ৰত (i) $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে $\triangle ADC \cong \triangle CBA$
3. চিত্ৰত (ii) $\triangle PQR$ আৰু $\triangle PSQ$ ৰ $\overline{PR} = \overline{PS}$ আৰু $\overline{RQ} = \overline{SQ}$ প্ৰমাণ কৰা যে $\triangle PRQ \cong \triangle PSQ$.

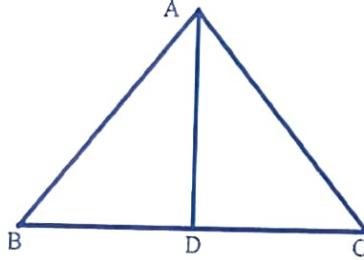


চিত্ৰ (i)

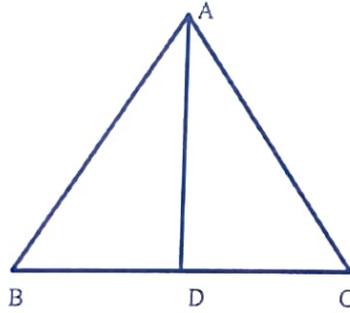


চিত্ৰ (ii)

4. তলৰ চিত্ৰত $\triangle ABC$ সমদ্বিবাহু য'ত $\overline{AB} = \overline{AC}$ আৰু \overline{AD} মধ্যমা। প্ৰমাণ কৰা যে $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.



5. $\triangle ABC$ সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ $\overline{AB} = \overline{BC}$ আৰু \overline{AD} এডাল উন্নতি।



(i) $\triangle ADB$ আৰু $\triangle ADC$ ৰ তিনিটা সমান অংশ লিখা

(ii) $\triangle ABD \cong \triangle ADC$ হয়নে? কাৰণ দৰ্শোৱা।

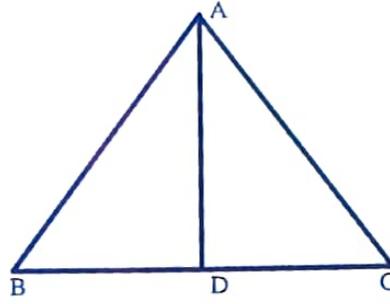
(iii) $\angle B = \angle C$ হ'বনে?

(iv) $\overline{BD} = \overline{CD}$ হ'বনে? যুক্তি দিয়া।

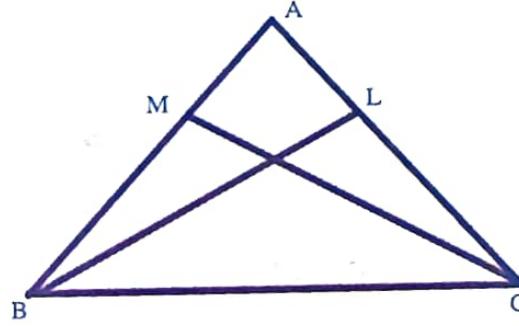
6. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A = 30^\circ$, $\angle C = 110^\circ$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $\angle P = 30^\circ$, $\angle R = 110^\circ$ । $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ (কোণ-বাহু-কোণ সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত অনুযায়ী) হয়নে?

7. \overline{AD} য়ে $\angle A$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে। আকৌ $\triangle ABC$ ৰ কোণ দুটা সমান।

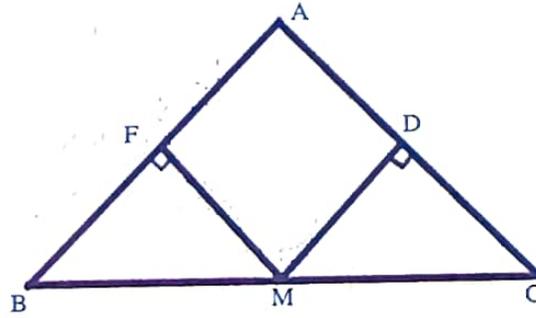
। প্রমাণ কৰা যে সমান বাহুৰ বিপৰীত



8. $\triangle ABC$ ৰ $\angle B = \angle C$, \overline{BL} আৰু \overline{CM} ক্ৰমে $\angle B$ আৰু $\angle C$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ কৰা যে $\overline{BL} = \overline{CM}$ ।

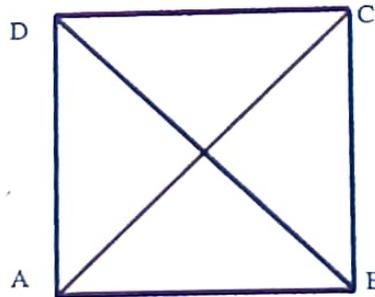


9. $\triangle ABC$ ৰ ভূমি \overline{BC} ৰ মধ্যবিন্দু M বাকী দুটা বাহুৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী। দেখুওৱা যে ত্ৰিভুজ ABC সমদ্বিবাহু।

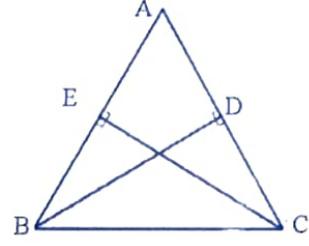


10. চিত্ৰত $\overline{DA} = \overline{AB}$, $\overline{CB} = \overline{AB}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ হ'লে $\triangle ABC$ আৰু $\triangle DAB$ ৰ তিনিটা সমান অংশৰ নাম লিখা। দেখুওৱা যে—

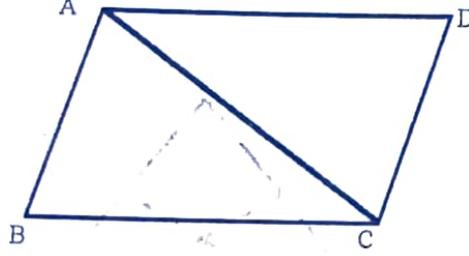
(i) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$.



12. চিত্ৰত $\triangle ABC$ ৰ BD আৰু CE দুডাল উন্নতি যাতে $BD = CE$,
 (i) $\triangle CBD$ আৰু $\triangle BCE$ ৰ সমান অংশ তিনিটা লিখা।
 (ii) $\triangle CBD \cong \triangle BCE$ হ'বনে?
 (iii) $\angle DCB = \angle ECB$ হ'বনে? যদি নহয় কিয়?



12. চিত্ৰত $\overline{AB} = \overline{DC}$ আৰু $\overline{BC} = \overline{AD}$. দেখুওৱা যে $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ।



অনুশীলনী- 7.2

তলৰ উক্তিবোৰৰ কোনটো সত্য

1. $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, $PQ = 4\text{cm}$, $QR = 5\text{cm}$, $PR = 6\text{cm}$ তেন্তে তলৰ কোনটো সত্য।

- (a) $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ (b) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$
 (c) $\triangle ABC \cong \triangle PRQ$ (d) $\triangle ABC \cong \triangle QPR$

2. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A = 90^\circ$ আৰু $\overline{AB} = \overline{AC}$.

- (a) $\angle B = \angle C = 60^\circ$ (b) $\angle B = \angle C = 30^\circ$
 (c) $\angle B = \angle C = 45^\circ$ (d) $\angle B = \angle C = 50^\circ$

3. সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ—

- (a) 60° (b) 30° (c) 45° (d) 40°

4. চিত্ৰত $AB = CD$, $AD = CB$, আৰু $\angle DAB = \angle BCD$,

- (a) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$
 (b) $\triangle ABC \cong \triangle ACD$
 (c) $\triangle BAD \cong \triangle DCB$
 (d) $\triangle ABC \cong \triangle CAD$

