

### 6.8 ত্ৰিভুজৰ কোণবোৰৰ যোগৰ ধৰ্ম :

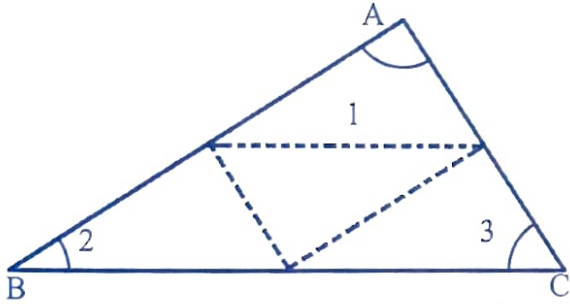
বিভিন্ন ক্ৰিয়া-কলাপৰ জৰিয়তে ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণবোৰৰ সমষ্টিৰ এটি আগতীয়া ধাৰণা লওঁ আহাঁ—

- (i) **স্তৰ 1 :** বঙীণ কাগজ এখনত এটা ত্ৰিভুজ আঁকা। ইয়াৰ শীৰ্ষবিন্দু তিনিটা A, B, C ৰে নামকৰণ কৰা। ইয়াৰ অন্তঃকোণ তিনিটা হ'ল  $\angle A$ ,  $\angle B$  আৰু  $\angle C$ .

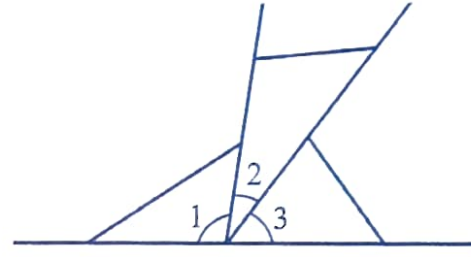
**স্তৰ 2 :** ABC ত্ৰিভুজটো কেঁচী এখনেৰে কাটি উলিওৱা।

**স্তৰ 3 :** কোণ তিনিটা ত্ৰিভুজটোৰ পৰা কাটি উলিওৱা।

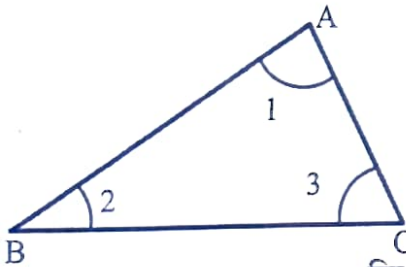
**স্তৰ 4 :** এখন কাগজত এডাল সবলৰেখা আঁকি কোণকেইটাৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা ৰেখাডালৰ এটা বিন্দুত লগ লগোৱা আৰু ৰেখাডালৰ এটা দিশৰ পৰা আৰম্ভ কৰি কোণ তিনিটাৰ বাহুবোৰ এটাৰ পিছত এটাকৈ মিলাই যোৱা। দেখিবা যে তৃতীয় কোণৰ অন্তিম বাহুটো ৰেখাডালৰ আনটো দিশৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ মিলি গৈছে।



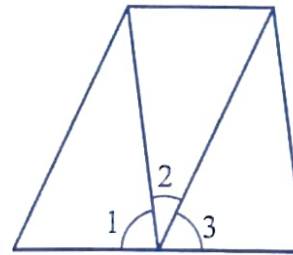
চিত্ৰ 6.13



- (ii) কাগজত যিকোনো এটা  $\triangle ABC$  আঁকি ট্ৰেচিং কাগজৰ সহায়ত ত্ৰিভুজটোৰ তিনিটা নকল প্ৰস্তুত কৰা। ট্ৰেচিং কাগজৰ পৰা তিনিওটা ত্ৰিভুজ কাটি উলিওৱা। এতিয়া চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে ত্ৰিভুজ তিনিটাৰ বেলেগ বেলেগ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ এটা বিন্দুত এনেভাৱে মিলোৱা যাতে সিহঁতৰ বাহুবোৰ পৰস্পৰ লগলাগি থাকে। দেখিবা যে দুয়োমূৰে থকা ত্ৰিভুজ দুটাৰ বাহিৰফালে থকা বাহুবোৰ এডাল সবলৰেখাত অৱস্থান কৰিছে।



চিত্ৰ 6.14



দুয়োমূৰৰ বাহু দুটা যিহেতু এডাল সবলৰেখাত আছে গতিকে কোণ তিনিটাই এটা বিন্দুত মিলি সবল কোণ অৰ্থাৎ  $180^\circ$  কৰিছে।

এইদৰে বেলেগ বেলেগ ত্ৰিভুজ লৈ চালেও ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণ তিনিটা মিলি  $180^\circ$  বা দুই সমকোণৰ সমান হয় বুলি অনুমান কৰিব পৰা যায়।

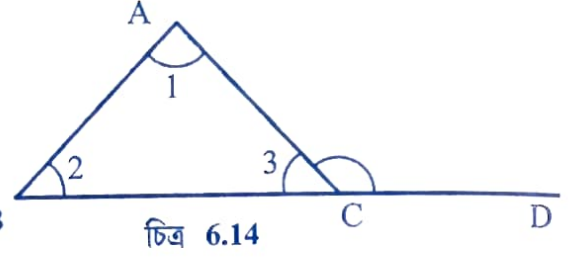
## ত্রিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

(iii) যিকোনো  $\triangle ABC$  এটা আঁকি কোণমাপক যন্ত্ৰৰ সহায়ত কোণবোৰৰ মাপ লৈ চালেও আমি কোণবোৰৰ সমষ্টি  $180^\circ$  পাম। ত্রিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি সম্পৰ্কীয় আমাৰ পৰীক্ষালব্ধ অনুমানটোৰ যথার্থতা যুক্তিৰে বিচাৰ কৰি চাওঁ আহাঁ—

কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি সম্পৰ্কীয় অনুমান :

ত্রিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি  $180^\circ$  অৰ্থাৎ দুই সমকোণৰ সমান।

যিকোনো  $\triangle ABC$  অঁকা হ'ল।  $BC$  বাহুক  $D$  বিন্দুলৈ  $B$  বঢ়াই দিয়া হ'ল।



যথার্থতা বিচাৰ :

পৰ্যায়

কাৰণ

1.  $\angle 1 + \angle 2 = \angle ACD$

$\angle ACD$ ,  $C$  বিন্দুত ত্রিভুজটোৰ বহিঃকোণ,  $\angle 1$  আৰু  $\angle 2$ ,  $\angle ACD$  সাপেক্ষে দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ। ত্রিভুজৰ বহিঃকোণৰ ধৰ্ম অনুসৰি দুয়োপক্ষ সমান।

2.  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle ACD + \angle 3$

সমান সমান মাপৰ সৈতে সমান সমান মাপ যোগ কৰিলে যোগফলবোৰো সমান হয়।

3.  $\angle ACD + \angle 3 = 180^\circ$

$\angle ACD$  আৰু  $\angle 3$  য়ে বৈখিক যোৰ সৃষ্টি কৰিছে।

4.  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

পৰ্যায় 2 আৰু পৰ্যায় 3 ৰ পৰা

গতিকে, ত্রিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি  $180^\circ$  বা দুই সমকোণৰ সমান অৰ্থাৎ আমাৰ অনুমানটো সত্য।

**উদাহৰণ 1 :** এটা ত্রিভুজৰ দুটা অন্তঃকোণ ক্ৰমে  $75^\circ$  আৰু  $35^\circ$  হ'লে তৃতীয় কোণটোৰ জোখ কিমান?

**সমাধান :** ধৰাহ'ল,  $\triangle ABC$  ৰ  $\angle B = 75^\circ$  আৰু  $\angle C = 35^\circ$

$\angle A$  ৰ মান উলিয়াব লাগে।

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{ [ ত্রিভুজৰ কোণৰ সমষ্টিৰ ধৰ্ম ]}$$

$$\text{বা, } \angle A + 75^\circ + 35^\circ = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle A + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \angle A &= 180^\circ - 110^\circ \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

**উদাহৰণ 2 :** এটা ত্রিভুজৰ দুটা কোণ ক্ষুদ্ৰতম কোণটোৰ ক্ৰমে দুগুণ আৰু তিনিগুণ হ'লে কোণকেইটা নিৰ্ণয় কৰা।

**সমাধান :** ধৰাহ'ল, ক্ষুদ্ৰতম কোণটো  $= x$

গতিকে, আন কোণ দুটা ক্ৰমে  $2x$  আৰু  $3x$

$$\text{অৰ্থাৎ, } x + 2x + 3x = 180^\circ \text{ [ ত্রিভুজৰ কোণবোৰৰ সমষ্টিৰ ধৰ্ম ]}$$

$$\text{বা, } 6x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } x = \frac{180^\circ}{6}$$

$$\text{বা, } x = 30^\circ$$

ক্ষুদ্রতম কোণটোৰ মাপ  $30^\circ$

গতিকে, আন দুটা কোণৰ মাপ ক্ৰমে  $2x = (2 \times 30)^\circ = 60^\circ$  আৰু  $3x = (3 \times 30)^\circ = 90^\circ$   
কোণ তিনিটাৰ জোখ  $30^\circ, 60^\circ$  আৰু  $90^\circ$

**উদাহৰণ 3 :** এটা ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ অনুপাত  $2:3:4$  ; কোণ তিনিটা নিৰ্ণয় কৰা।

**সমাধান :**

চৰ্তানুসৰি কোণ তিনিটা  $2x, 3x, 4x$  ধৰোঁ।

$$\text{তেন্তে, } 2x + 3x + 4x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 9x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } x = 20^\circ$$

$$\text{গতিকে, কোণ তিনিটা } 2x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

$$3x = 3 \times 20^\circ = 60^\circ \text{ আৰু}$$

$$4x = 4 \times 20^\circ = 80^\circ$$

## 6.9 দুটা বিশেষ ত্ৰিভুজ — সমবাহু আৰু সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ (Two special Triangles – Equilateral and Isosceles) :

**6.9.1 সমবাহু ত্ৰিভুজ :** ধৰাহ'ল, ABC এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ। ত্ৰিভুজটোৰ অন্তঃকোণবোৰ কেনে ধৰণৰ হ'ব বাক? পৰীক্ষা এটা কৰা যাওঁক। কাগজত বাহুবোৰৰ মাপ সমান হোৱাকৈ  $\triangle ABC$  আঁকা আৰু কেঁচী এখনেৰে ইয়াক কাটি উলিওৱা। B বিন্দুটো C বিন্দুৰ ওপৰত পৰাকৈ ত্ৰিভুজটোক ভাঁজ কৰা। দেখিবা AB বাহু AC বাহুৰ সৈতে আৰু  $\angle B, \angle C$  ৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ৰূপে মিলি গৈছে। গতিকে, ইয়াৰ পৰা বুজিব পাৰি যে  $\angle B = \angle C$ ।

একেদৰে, A বিন্দুটো C বিন্দুত পৰাকৈ ত্ৰিভুজটো ভাঁজ কৰিলে BA বাহু BC বাহুৰ সৈতে আৰু  $\angle A, \angle C$  ৰ সৈতে মিলি যাব। অৰ্থাৎ  $\angle A = \angle C$ ।

গতিকে ABC সমবাহু ত্ৰিভুজটোৰ ক্ষেত্ৰত  $\angle A = \angle B = \angle C$  অৰ্থাৎ কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান।

কিন্তু  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  (ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টি সম্পৰ্কীয় ধৰ্মৰ পৰা)

$$\text{গতিকে } \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ।$$

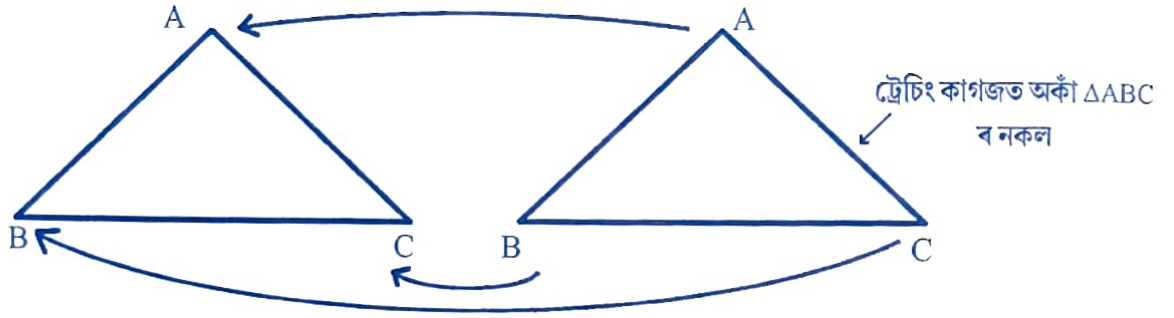
অৰ্থাৎ সমবাহু ত্ৰিভুজক প্ৰতিটো কোণৰ মাপ  $60^\circ$

### 6.9.2 সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ (Isosceles Triangle) :

ধৰাহ'ল, ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ যাতে  $AB = AC$

ত্ৰিভুজটোৰ কোণ তিনিটাৰ কোনো বিশেষ বৈশিষ্ট্য দেখা পাইছানে?

কাগজত সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ ABC অঁকা যাতে  $AB = AC$  আৰু ট্ৰেচিং কাগজৰ সহায়ত ত্ৰিভুজটোৰ এটা ছবছ নকল তৈয়াৰ কৰি কেঁচীৰে কাটি উলিওৱা।



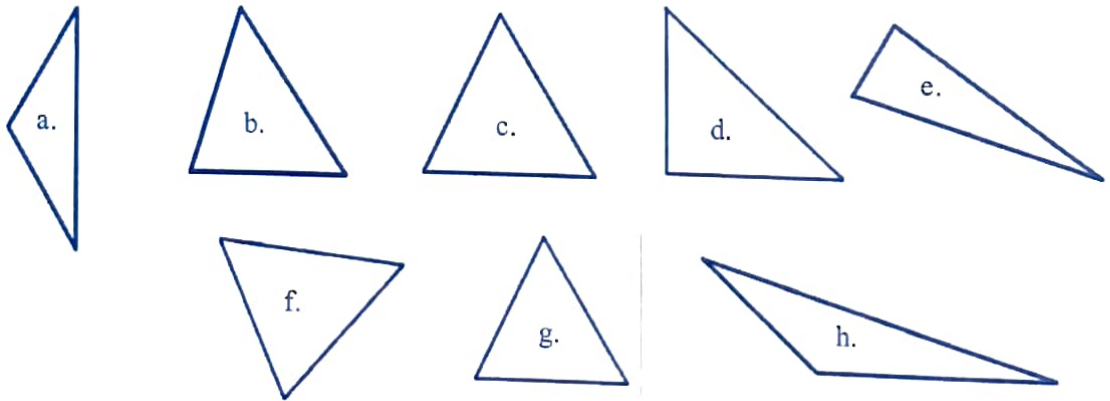
চিত্ৰ 6.15

এতিয়া ট্ৰেচিং কাগজত অঁকা নকল ত্ৰিভুজটোক মূল  $\triangle ABC$  ৰ ওপৰত এনেভাৱে স্থাপন কৰা যাতে নকল ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু A, B আৰু C মূল ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু যথাক্ৰমে A, C আৰু B ত মিলি যায়। তেনেকৈয়েই নকল ত্ৰিভুজৰ বাহু AB, AC আৰু BC মূল ত্ৰিভুজটোৰ বাহু যথাক্ৰমে AC, AB আৰু BC সৈতে আৰু নকল ত্ৰিভুজৰ কোণ  $\angle A$ ,  $\angle B$  আৰু  $\angle C$  মূল ত্ৰিভুজৰ কোণ যথাক্ৰমে  $\angle A$ ,  $\angle C$  আৰু  $\angle B$  সৈতে মিলি যাব।

ইয়াৰ পৰা আমি ক'ব পাৰো যে সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সমান বাহু দুটাৰ সন্মুখৰ কোণ দুটা সমান। অৰ্থাৎ  $\angle B = \angle C$

মন কৰা যে সকলো সমবাহু ত্ৰিভুজেই সমদ্বিবাহু কিন্তু সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ এটা সমবাহু নহ'বও পাৰে।

ক্ৰিয়াকলাপ : চিত্ৰ 6.16 ৰ ত্ৰিভুজবোৰৰ নামকৰণ কৰি তালিকাখন পূৰ কৰা



চিত্ৰ 6.16

ত্রিভুজ	বাহু হিচাপে ত্রিভুজ (সমবাহু, সমদ্বিবাহু বা বিষম বাহু)	কোণ হিচাপে ত্রিভুজ (সমকোণী, সূক্ষ্মকোণী বা স্থূলকোণী)
a		
b		
c		
d		
e		
f		
g		
h		

বহু বিকল্পী প্ৰশ্ন :

উদাহৰণ 1 :  $\Delta ABC$  ৰ  $AB = AC = BC = 9$  চেমি হ'লে ত্রিভুজটো

- A. সমবাহু ত্রিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্রিভুজ।

সমাধান : ইয়াত  $AB = AC = BC = 9$  চেমি গতিকে ই সমবাহু ত্রিভুজ।

উদাহৰণ 2 : এটা ত্রিভুজৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ  $60^\circ$  হ'লে ত্রিভুজটো হ'ব

- A. সমবাহু ত্রিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্রিভুজ।

সমাধান : এটা সমবাহু ত্রিভুজৰ প্ৰত্যেকটো কোণৰ জোখ  $60^\circ$ । সমবাহু।

উদাহৰণ 3 : এটা ত্রিভুজৰ দুডাল বাহুৰ প্ৰত্যেকৰে মাপ 12 চেমি আৰু তৃতীয় বাহুৰ মাপ 8 চেমি হ'লে ত্রিভুজটো হ'ব

- A. সমবাহু ত্রিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্রিভুজ।

সমাধান : ইয়াত দুডাল সমান জোখৰ বাহু আছে গতিকে ই এটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হ'ব।

উদাহৰণ 4 : এটা ত্রিভুজৰ দুটা কোণৰ পৰিমাণ ক্ৰমে  $51^\circ$  আৰু  $78^\circ$  হ'লে ত্রিভুজটো হ'ব

- A. সমবাহু ত্রিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্রিভুজ।

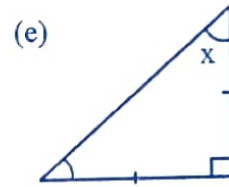
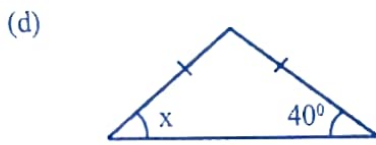
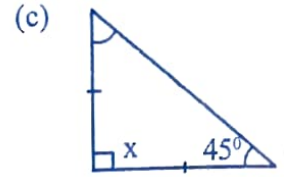
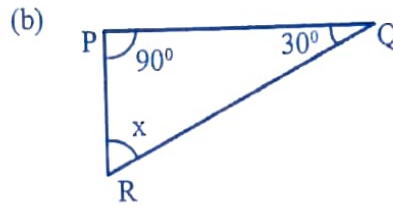
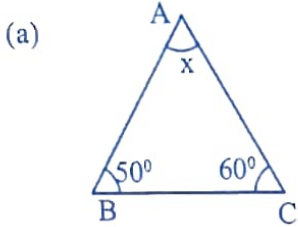
সমাধান : ত্রিভুজৰ তৃতীয় কোণ  $= 180^\circ - (51^\circ + 78^\circ) = 51^\circ$

দেখা গ'ল, ত্রিভুজটোৰ দুটা কোণ সমান, গতিকে ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। কাৰণ, ত্রিভুজৰ দুটা বাহু

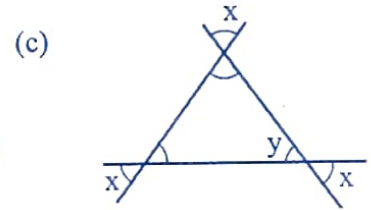
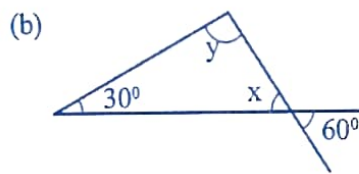
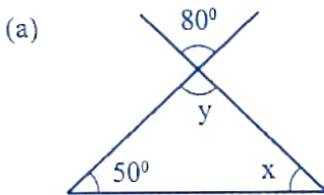
পৰস্পৰ সমান হ'লে সিহঁতৰ সমুখৰ কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান হয়।

অনুশীলনী-6.3

1. চিত্ৰৰ পৰা  $x$  নিৰ্ণয় কৰা



2. চিত্ৰৰ পৰা  $x$  আৰু  $y$  নিৰ্ণয় কৰা



3. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণৰ মাপ  $60^\circ$ । বাকী দুটা কোণৰ মাপ তলৰ কোনটো হ'ব—

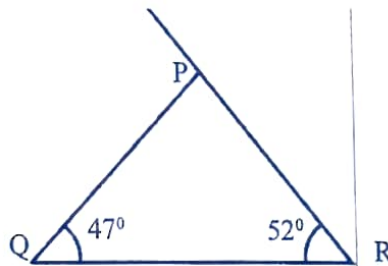
(a)  $50^\circ, 40^\circ$

(b)  $40^\circ, 60^\circ$

(c)  $60^\circ, 70^\circ$

(d)  $50^\circ, 70^\circ$

4. চিত্ৰৰ পৰা  $\angle P$  নিৰ্ণয় কৰা।



5. এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ  $30^\circ$  আৰু  $80^\circ$ । তৃতীয় কোণটো নিৰ্ণয় কৰা।

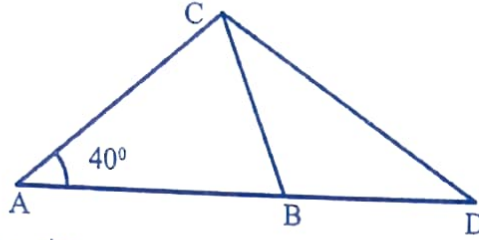
6. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ  $80^\circ$  আৰু বাকী কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান। কোণ দুটাৰ জোখ কিমান?

7. এটা ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ অনুপাত  $1:2:1$ । কোণ তিনিটাৰ জোখ নিৰ্ণয় কৰা।

8. এটা ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটা ক্ৰমে  $(x + 21^\circ)$ ,  $(x - 20^\circ)$  আৰু  $(2x - 45^\circ)$  হ'লে  $x$  ৰ মান কিমান?

9. ত্ৰিভুজ এটাৰ কোণবোৰৰ অনুপাত  $1:2:3$ । কোণবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

10.  $\triangle ABC$  ৰ  $\angle A + \angle B = 116^\circ$ ,  $\angle B + \angle C = 126^\circ$  ত্ৰিভুজটোৰ অন্তঃকোণবোৰৰ জোখ নিৰ্ণয় কৰা।
11.  $\triangle ABC$  ৰ  $2\angle A = 3\angle B = 6\angle C$  হ'লে  $\angle A$ ,  $\angle B$  আৰু  $\angle C$  উলিওৱা।
12. চিত্ৰত  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $AC = AB$  আৰু  $BC = BD$ 
  - a)  $\angle ACB$  আৰু b)  $\angle CDB$  মান নিৰ্ণয় কৰা।



### 6.10 সমকোণী ত্ৰিভুজ আৰু পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম :

চিন্তা কৰা, ত্ৰিভুজ এটাত এটাতকৈ অধিক সমকোণ থাকিব পাৰেনে ?

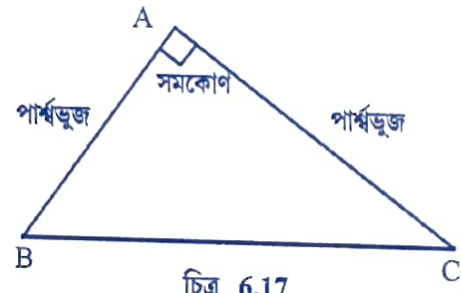
ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টিৰ ধৰ্ম অনুসৰি ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি দুই সমকোণ বা  $180^\circ$  ৰ সমান। গতিকে কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণৰ সমান হ'লে বাকী থকা কোণ দুটাৰ সমষ্টিও এক সমকোণৰ সমান হ'ব। অৰ্থাৎ, বাকী কোণ দুটাৰ প্ৰতিটোৱেই এক সমকোণতকৈ সৰু হ'ব লাগিব।

গতিকে, ত্ৰিভুজ এটাত এটাতকৈ অধিক সমকোণ থকাটো অসম্ভৱ।

চিত্ৰত 6.17 ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ।

সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত বাহুকেইটাক বিশেষ নামেৰে উল্লেখ কৰা হয়। সমকোণৰ সমুখৰ বাহুটোক অতিভুজ আৰু সমকোণৰ সংলগ্ন বাহু দুটোক পাৰ্শ্বভুজ বোলা হয়।

সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ এক বিশেষ ধৰ্মক পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম হিচাপে উল্লেখ কৰা হয়।



চিত্ৰ 6.17

পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম অনুসৰি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ দুই পাৰ্শ্বভুজৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান। অৰ্থাৎ, এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ  $a$  আৰু দুই পাৰ্শ্বভুজ ক্ৰমে  $b$  আৰু  $c$  হ'লে

$$a^2 = b^2 + c^2$$

এটা সহজ পৰীক্ষাৰ দ্বাৰা এই ধৰ্মটো আমি পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰোঁ।

$(b+c)$  জোখৰ বাহু বিশিষ্ট দুটা বৰ্গ আঁকা আৰু প্ৰদত্ত সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সৈতে ছবছ একে 8 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰা।

ইয়াৰে 4 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ প্ৰথম বৰ্গটোত আৰু 4 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ দ্বিতীয় বৰ্গটোত সিপিঠিৰ চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে সজোৱা।