Daily Assam

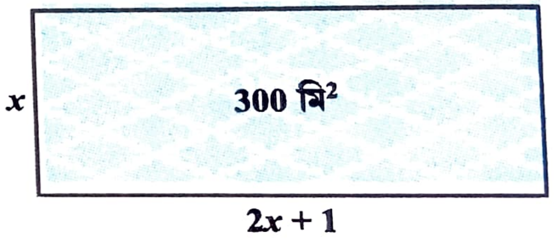
H2Z9L7

দ্বিঘাত সমীকৰণ
(Quadratic Equations)

চতুৰ্থ
অধ্যায়

4.1 অৱতাৰণা (Introduction)

দ্বিতীয় অধ্যায়ত তোমালোকে বিভিন্ন ধৰণৰ বহুপদ অধ্যয়ন কৰিছা। ইয়াৰ এটা ধৰণ আছিল $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত বহুপদ। এই বহুপদটোক যেতিয়া আমি 0ৰে সমান কৰো, আমি এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ পাওঁ। বাস্তৱ জীৱনৰ বহু পৰিস্থিতিৰ সন্মুখীন হওঁতে এনে দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰ আহি পৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰা এটা জনকল্যাণ ন্যাসে প্ৰাৰ্থনা সভাঘৰ বান্ধিবৰ সিদ্ধান্ত লৈছে, যাৰ দৈৰ্ঘ্য প্ৰস্থৰ দুগুণতকৈ এক মিটাৰ বেছি আৰু মজিয়াৰ কালি 300 বৰ্গ মিটাৰ। সভাঘৰটোৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ কিমান হ'ব লাগিব?



চিত্ৰ 4.1

ধৰা ঘৰটোৰ প্ৰস্থ x মিটাৰ। তেন্তে ইয়াৰ দীঘ হ'ব লাগিব $(2x + 1)$ মিটাৰ। আমি এই তথ্যখিনি চিত্ৰ 4.1ত দেখুওৱাৰ দৰে চিত্ৰ আঁকি প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ।

এতিয়া, সভাঘৰটোৰ কালি $= (2x + 1).x$ বৰ্গমিটাৰ $= (2x^2 + x)$ বৰ্গমিটাৰ

গতিকে $2x^2 + x = 300$ (দিয়া আছে)

সেয়েহে $2x^2 + x - 300 = 0$

গতিকে ঘৰটোৰ প্ৰস্থই $2x^2 + x - 300 = 0$ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰিব লাগিব, যিটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

বহুত মানুহেই ভাবে যে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান প্ৰথমে বেবিলনীয়সকলেই কৰিছিল। উদাহৰণস্বৰূপে, দুটা যোগাত্মক সংখ্যাৰ যোগফল আৰু পূৰণফল দিয়া থাকিলে সংখ্যা দুটা কিদৰে উলিয়াব লাগে তেওঁলোকে জানিছিল। এই সমস্যাটো $x^2 - px + q = 0$ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ এটা

সমাধান কৰাৰ সমতুল্য। গ্ৰীক গণিতজ্ঞ ইউক্লিডে দীঘ নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে এটা জ্যামিতিক উপায় উদ্ভাৱন কৰিছিল, যিটো আমাৰ আজিৰ দিনৰ পৰিভাষাত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান। সাধাৰণ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান কাৰ্যক প্ৰায়েই আদিম ভাৰতীয় গণিতজ্ঞসকলৰ কৃতিত্ব বুলি কোৱা হয়। প্ৰকৃততে $ax^2 + bx = c$ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ স্পষ্ট সূত্ৰ এটা ব্ৰহ্মগুপ্তই (খ্ৰীষ্টাব্দ 598–665) দিছিল। পিছলৈ বৰ্গ-সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ পদ্ধতি এটা শ্ৰীধৰ আচাৰ্যই (খ্ৰীষ্টাব্দ 1025) উদ্ভাৱন কৰিছিল, যি আজিকালি দ্বিঘাত সূত্ৰৰূপে জনাজাত (দ্বিতীয় ভাস্কৰাচাৰ্যই উল্লেখ কৰা মতে)। আৰবী গণিতজ্ঞ অল্-খোৱাৰিজ্মিয়েও (খ্ৰীষ্টাব্দ প্ৰায় 800) বিভিন্ন ধৰণৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ অধ্যয়ন কৰিছিল। 1145 খ্ৰীষ্টাব্দত ইউৰোপত প্ৰকাশিত 'লিবাৰ এম্বাডোৰাম' (Liber embadorum) নামৰ তেওঁৰ কিতাপত আব্ৰাহাম বৰ হিস্যা হা-লাচিয়ে বিভিন্ন দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান দিছিল।

এই অধ্যায়ত, তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণ আৰু সিহঁতৰ মূল নিৰ্ণয় কৰাৰ বিভিন্ন উপায় সম্বন্ধে অধ্যয়ন কৰিব পাৰিবা। দৈনন্দিন জীৱনৰ পৰিস্থিতিত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ কিছুমান প্ৰয়োগো তোমালোকে দেখিবলৈ পাবা।

4.2 দ্বিঘাত সমীকৰণ (Quadratic Equations)

x চলকত এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ হ'ল $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিত থকা এটা সমীকৰণ য'ত a, b, c বোৰ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$।

উদাহৰণস্বৰূপে $2x^2 + x - 300 = 0$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ। একেদৰে $2x^2 - 3x + 1 = 0$, $4x - 3x^2 + 2 = 0$ আৰু $1 - x^2 + 300 = 0$ আদিও দ্বিঘাত সমীকৰণ।

প্ৰকৃততে যদি $p(x)$ এটা 2 মাত্ৰাৰ বহুপদ, তেন্তে $p(x) = 0$ আৰ্হিৰ যি কোনো এটা সমীকৰণেই দ্বিঘাত সমীকৰণ। কিন্তু যেতিয়া আমি $p(x)$ৰ পদবোৰক সিহঁতৰ মাত্ৰাৰ অধঃক্ৰমত লিখোঁ, তেতিয়া আমি সমীকৰণটোক আদৰ্শ ঠাঁচত পাওঁ; অৰ্থাৎ $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ক এটা **দ্বিঘাত সমীকৰণৰ আদৰ্শ ঠাঁচ** বুলি কোৱা হয়।

আমাৰ পৃথিৱীৰ কেউফালে থকা অনেক পৰিস্থিতিত আৰু গণিতৰ বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ প্ৰৱেশ ঘটে। আমি কেইটামান উদাহৰণ বিবেচনা কৰোঁ আহা।

উদাহৰণ 1 ঃ তলৰ অৱস্থিতি কেইটাৰ গাণিতিকভাৱে প্ৰদৰ্শন কৰা ঃ

(i) জন আৰু জয়ন্তী দুয়োৰে 45 টা মাৰ্বল আছে। তেওঁলোকৰ প্ৰত্যেকে 5 টাকৈ মাৰ্বল হেৰালে আৰু এতিয়া তেওঁলোকৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যাৰ গুণফল 124। আমি উলিয়াব লাগে, আৰম্ভণিতে তেওঁলোকৰ কেইটাকৈ মাৰ্বল আছিল।

Daily Assam

(ii) এটা কুটীৰ শিল্পই এদিনত এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক পুতলা তৈয়াৰ কৰে। দেখা গ'ল প্ৰতিটো পুতলা উৎপাদনৰ খৰছ (টকাত) 55 বিয়োগ এদিনত উৎপাদিত পুতলাৰ সংখ্যা। এটা বিশেষ দিনত সমুদায় উৎপাদনৰ খৰচ আছিল 750। আমি নিৰ্ণয় কৰিব লাগে সিদিনাখন উৎপাদন হোৱা পুতলাৰ সংখ্যা কিমান।

সমাধান ঃ

(i) জনৰ মাৰ্বলৰ সংখ্যা ধৰা x,

গতিকে জয়ন্তীৰ মাৰ্বলৰ সংখ্যা $= 45 - x$ (কিয় ?)

জনে যেতিয়া 5 টা মাৰ্বল হেৰায়, তেওঁৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা $= x - 5$

জয়ন্তীয়ে যেতিয়া 5 টা মাৰ্বল হেৰায়, তেওঁৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা $= 45 - x - 5$

$= 40 - x$

এতেকে সিহঁতৰ গুণফল $= (x - 5)(40 - x)$

$= 40x - x^2 - 200 + 5x$

$= -x^2 + 45x - 200$

গতিকে $-x^2 + 45x - 200 = 124$ (পূৰণফলটো 124 বুলি দিয়া আছে)

অৰ্থাৎ $-x^2 + 45x - 324 = 0$

অৰ্থাৎ $x^2 - 45x + 324 = 0$

গতিকে জনৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যাই $x^2 - 45x + 324 = 0$ এই দ্বিঘাত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে, যিটো সমীকৰণেই সমস্যাটোৰ গাণিতিকভাৱে দেখুৱাবলগীয়া নিৰ্ণেয় প্ৰদৰ্শন।

(ii) ধৰা সেই দিনটোত উৎপাদন কৰা পুতলাৰ সংখ্যা $= x$

গতিকে, প্ৰতিটো পুতলাৰ সেইদিনত উৎপাদনৰ খৰচ (টকাত) $= 55 - x$

গতিকে, সেইদিনত উৎপাদনৰ মুঠ খৰচ (টকাত) $= x(55 - x)$

সেয়েহে, $x(55 - x) = 750$

বা $55x - x^2 = 750$

বা $-x^2 + 55x - 750 = 0$

বা $x^2 - 55x + 750 = 0$

গতিকে সিদিনা উৎপাদিত পুতলাৰ সংখ্যাই

$x^2 - 55x + 750 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে, যিটো সমীকৰণ সমস্যাটোৰ গাণিতিকভাৱে দেখুৱাবলগীয়া নিৰ্ণেয় প্ৰদৰ্শন।

উদাহৰণ 2 ঃ তলৰবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ হয়নে পৰীক্ষা কৰা।

(i) $(x-2)^2 + 1 = 2x - 3$ (ii) $x(x+1) + 8 = (x+2)(x-2)$

(iii) $x(2x+3) = x^2 + 1$ (iv) $(x+2)^3 = x^3 - 4$

সমাধান ঃ

(i) বাওঁপক্ষ $= (x-2)^2 + 1 = x^2 - 4x + 4 + 1 = x^2 - 4x + 5$

গতিকে $(x-2)^2 + 1 = 2x - 3$, ইয়াক লিখিব পাৰি

$x^2 - 4x + 5 = 2x - 3$

বা $x^2 - 6x + 8 = 0$

এইটো $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ।

গতিকে, প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

(ii) যিহেতু $x(x+1) + 8 = x^2 + x + 8$ আৰু $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$

গতিকে $x^2 + x + 8 = x^2 - 4$

বা $x + 12 = 0$

এইটো $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ নহয়

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়।

(iii) ইয়াত, বাওঁপক্ষ $= x(2x+3) = 2x^2 + 3x$

গতিকে, $x(2x+3) = x^2 + 1$ ক এনেদৰে লিখিব পাৰি

$2x^2 + 3x = x^2 + 1$

গতিকে আমি পাওঁ, $x^2 + 3x - 1 = 0$

এইটো $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ।

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

Daily Assam

(iv) ইয়াত, বাওঁপক্ষ $= (x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

গতিকে $(x + 2)^3 = x^3 - 4$ ক এইদৰে লিখিব পাৰি

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x^3 - 4$$

বা $6x^2 + 12x + 12 = 0$ বা $x^2 + 2x + 2 = 0$

ই $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ।

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

মন্তব্য ঃ সাৱধান হোৱাহু ওপৰৰ (ii)ত প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দেখাত এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ যেন লাগে, কিন্তু ই দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়।

ওপৰৰ (iv)ত প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা ঘনক সমীকৰণ (3 মাত্ৰাৰ এটা সমীকৰণ) যেন লাগে আৰু দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয় যেন লাগে। কিন্তু ই দ্বিঘাত সমীকৰণত পৰিণত হ'ল। তুমি চাব পাৰা যে, এটা প্ৰদত্ত সমীকৰণ দ্বিঘাত হয়নে নহয় তাক সিদ্ধান্ত কৰাৰ আগেয়ে আমি প্ৰায়েই ইয়াক সৰল কৰিবলগীয়াত পৰে।

অনুশীলনী 4.1

1. তলৰবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ হয়নে পৰীক্ষা কৰা ঃ

(i) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$ (ii) $x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$

(iii) $(x - 2)(x + 1) = (x - 1)(x + 3)$ (iv) $(x - 3)(2x + 1) = x(x + 5)$

(v) $(2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$ (vi) $x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$

(vii) $(x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$ (viii) $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$

2. তলৰ পৰিস্থিতিকেইটাক দ্বিঘাত সমীকৰণৰ আৰ্হিত প্ৰদৰ্শন কৰা ঃ

(i) আয়তাকাৰ মাটি এটুকুৰাৰ কালি 528 বৰ্গ মিটাৰ। মাটি টুকুৰাৰ দীঘ ইয়াৰ পথালিৰ দুগুণতকৈ 1 (মিটাৰত) বেছি। আমি মাটি টুকুৰাৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিয়াব লাগে।

(ii) দুটা ক্ৰমিক যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল 306। আমি সংখ্যা দুটা উলিয়াব লাগে।

(iii) ৰামৰ মাক তেওঁতকৈ 26 বছৰ ডাঙৰ। তেওঁলোকৰ বয়সৰ গুণফল (বছৰত) আজিৰ পৰা 3 বছৰ পিছত হ'বগৈ 360। ৰামৰ বৰ্তমান বয়স আমি উলিয়াব লাগে।

(iv) এখন ৰে'লগাড়ীয়ে 480 কিলোমিটাৰ পথ এটা সমান দ্ৰুতিত ভ্ৰমণ কৰে। যদি এই দ্ৰুতি প্ৰতি ঘণ্টাত 8 কি.মি. কম হ'লহেঁতেন, তেন্তে একে সমান দূৰত্ব আগুৰিবলৈ 3 ঘণ্টা বেছি ল'লেহেঁতেন। আমি ৰে'লগাড়ীখনৰ দ্ৰুতি উলিয়াব লাগে।

4.3 উৎপাদকীকৰণেৰে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of a Quadratic Equation by Factorisation)

$2x^2 - 3x + 1 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো লোৱা। যদি এই সমীকৰণটোৰ বাওঁহাতে x ৰ ঠাইত 1 বহুৱাও, আমি পাওঁ, বাওঁপক্ষ $= (2 \times 1^2) - (3 \times 1) + 1 = 0 =$ সমীকৰণটোৰ সোঁপক্ষ। আমি ক'ম যে $2x^2 - 3x + 1 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ 1 এটা মূল। ইয়ে এইটোও সূচায় যে $2x^2 - 3x + 1$ দ্বিঘাত বহুপদটোৰ 1 এটা শূন্য।

সাধাৰণতে এটা বাস্তৱ সংখ্যা αক $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ এই দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল বোলে যদি $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$। আমি এইটোও কওঁ যে, **দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ $x = \alpha$ এটা সমাধান, বা α ই দ্বিঘাত সমীকৰণটোক সিদ্ধ কৰে। মন কৰা যে, $ax^2 + bx + c$ বহুপদটোৰ শূন্য আৰু $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ একে।**

দ্বিতীয় অধ্যায়ত তোমালোকে লক্ষ্য কৰিছা যে এটা দ্বিঘাত বহুপদৰ খুব বেছি দুটা শূন্য থাকিব পাৰে। সেয়ে যিকোনো দ্বিঘাত সমীকৰণৰ খুব বেছি দুটা মূল থাকিব পাৰে।

নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে শিকিছা, কিদৰে মধ্যপদটোক দুভাগ কৰি দ্বিঘাত বহুপদবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব লাগে। দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল নিৰ্ণয়ৰ বাবে আমি এই জ্ঞান ব্যৱহাৰ কৰিম।

উদাহৰণ 3 : উৎপাদক পদ্ধতিৰে $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল উলিওৱা।

সমাধান : আমি মধ্যপদ $-5x$ক $-2x$ $-3x$ হিচাপে ভাঙো আহা

[কাৰণ $(-2x) \times (-3x) = 6x^2 = (2x^2) \times 3$]

গতিকে $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 = 2x(x-1) - 3(x-1) = (2x-3)(x-1)$

এতিয়া $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ক $(2x-3)(x-1) = 0$ হিচাপে লিখিব পাৰি।

গতিকে xৰ যিবোৰ মানৰ বাবে $2x^2 - 5x + 3 = 0$, সেইবোৰ $(2x-3)(x-1) = 0$ ৰ বাবেও একে অৰ্থাৎ হয়, $2x - 3 = 0$ বা $x - 1 = 0$।

এতিয়া $2x - 3 = 0$ য়ে দিয়ে $x = \dfrac{3}{2}$ আৰু $x - 1 = 0$ য়ে দিয়ে $x = 1$।

Daily Assam

গতিকে, $x = \frac{3}{2}$ আৰু $x = 1$ দুয়ো সমীকৰণটোৰ সমাধান।

অন্য ভাষাত, 1 আৰু $\frac{3}{2}$ দুয়ো সমীকৰণটোৰ মূল।

সত্যাপন কৰা যে ইহঁত সমীকৰণটোৰ মূল।

মন কৰা যে আমি $2x^2 - 5x + 3$ক দুটা ৰৈখিক উৎপাদকত বিশ্লেষণ কৰি আৰু প্ৰতিটো উৎপাদককে শূন্যৰ সমান কৰি $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ৰ মূলবোৰ পাইছোঁ।

উদাহৰণ 4 : $6x^2 - x - 2 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল উলিওৱা।

সমাধান : আমি পাওঁ,

$$6x^2 - x - 2 = 6x^2 + 3x - 4x - 2$$
$$= 3x(2x + 1) - 2(2x + 1)$$
$$= (3x - 2)(2x + 1)$$

$6x^2 - x - 2 = 0$ৰ মূল xৰ সেইবোৰ মান যাৰ ক্ষেত্ৰত $(3x - 2)(2x + 1) = 0$

গতিকে, $3x - 2 = 0$ নাইবা $2x + 1 = 0$

অৰ্থাৎ $x = \frac{2}{3}$ নাইবা $x = -\frac{1}{2}$

গতিকে $6x^2 - x - 2 = 0$ ৰ মূল $\frac{2}{3}$ আৰু $-\frac{1}{2}$। $\frac{2}{3}$ আৰু $-\frac{1}{2}$ য়ে $6x^2 - x - 2 = 0$ ক যে সিদ্ধ কৰে সেইটো পৰীক্ষা কৰি আমি মূল দুটা সত্যাপন কৰিম।

উদাহৰণ 5 : $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল উলিওৱা।

সমাধান : $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2$

$$= \sqrt{3}x\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right) - \sqrt{2}\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)$$
$$= \left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)$$

গতিকে সমীকৰণটোৰ মূল xৰ সেই মানবোৰ হ'ব যাৰ ক্ষেত্ৰত,

$$\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right) = 0$$

এতিয়া, $\sqrt{3}x-\sqrt{2}=0$ যদি $x=\sqrt{\frac{2}{3}}$

গতিকে এই মূলটো দুবাৰকৈ পুনৰাবৃত্তি কৰিব, এবাৰ প্ৰতিটো $\sqrt{3}x-\sqrt{2}$ উৎপাদকৰ ক্ষেত্ৰত।

গতিকে $3x^2-2\sqrt{6}x+2=0$ ৰ মূলবোৰ $\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}$ ।

উদাহৰণ 6 : অনুচ্ছেদ 4.1ত আলোচনা কৰা প্ৰাৰ্থনা সভাঘৰটোৰ দীঘ প্ৰস্থ উলিওৱা।

সমাধান : অনুচ্ছেদ 4.1ত আমি পাইছিলোঁ যে যদি সভাঘৰটোৰ প্ৰস্থ x মি., তেন্তে xয়ে $2x^2+x-300=0$ সমীকৰণটোক সিদ্ধ কৰে। উৎপাদক পদ্ধতিৰে, আমি এই সমীকৰণটো লিখোঁ,

$$2x^2-24x+25x-300=0$$

বা $$2x(x-12)+25(x-12)=0$$

বা $$(x-12)(2x+25)=0$$

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ হ'ব $x=12$ বা $x=-\frac{25}{2}$ । যিহেতু x ঘৰটোৰ প্ৰস্থ, ই বিয়োগাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

গতিকে ঘৰটোৰ প্ৰস্থ 12 মি.। ইয়াৰ দৈৰ্ঘ্য $= 2x+1 = 25$ মি.।

অনুশীলনী 4.2

1. উৎপাদকীকৰণ পদ্ধতিৰে তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূলবোৰ উলিওৱা।

(i) $x^2-3x-10=0$

(ii) $2x^2+x-6=0$

(iii) $\sqrt{2}x^2+7x+5\sqrt{2}=0$

(iv) $2x^2-x+\frac{1}{8}=0$

(v) $100x^2-20x+1=0$

(vi) $2x^2-7x+6=0$

(vii) $x^2-10x-96=0$

(viii) $\sqrt{3}x^2+10x+7\sqrt{3}=0$

(ix) $x^2+2\sqrt{2}x+2=0$

(x) $14x+5-3x^2=0$

2. উদাহৰণ 1ত দিয়া সমস্যা দুটা সমাধান কৰা।
3. দুটা সংখ্যা উলিওৱা যাৰ সমষ্টি 27 আৰু গুণফল 182।
4. দুটা ক্ৰমিক যোগাত্মক সংখ্যা উলিওৱা যাৰ বৰ্গৰ যোগফল 365।
5. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ উচ্চতা ইয়াৰ ভূমিতকৈ 7 চে.মি. কম। যদি অতিভুজটো 13 চে.মি., অইন বাহু দুটা উলিওৱা।

Daily Assam

6. এটা কুটীৰ শিল্পই দৈনিক এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক মাটিৰ বাচন তৈয়াৰ কৰে। এদিন দেখা গ'ল যে প্ৰতিটো বস্তুৰ উৎপাদনৰ খৰছ (টকাত) সিদিনাৰ উৎপাদিত বস্তুৰ সংখ্যাৰ দুগুণতকৈ 3 বেছি। যদি সিদিনা উৎপাদনৰ মুঠ ব্যয় 90 টকা, উৎপাদিত বস্তুৰ সংখ্যা আৰু প্ৰতিটো বস্তুৰ ব্যয় কিমান হ'ব উলিওৱা।

4.4 বৰ্গ-সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of a Quadratic Equation by Completing the Square)

আগৰ অনুচ্ছেদত তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল নিৰ্ণয়ৰ এটা পদ্ধতি শিকিলা। এই অনুচ্ছেদত আমি অইন এটা পদ্ধতি অধ্যয়ন কৰিম।

তলৰ পৰিস্থিতিটো বিবেচনা কৰা ঃ

আজিৰপৰা দুবছৰ আগৰ সুনীতাৰ বয়স (বছৰত) আৰু আজিৰ পৰা চাৰিবছৰ পিছত তাইৰ বয়সৰ পূৰণফলটো বৰ্তমান বয়সৰ দুগুণতকৈ 1 বেছি। তাইৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?

ইয়াৰ উত্তৰ দিবলৈ, ধৰা তাইৰ বৰ্তমান বয়স (বছৰত) x। তেন্তে আজিৰপৰা দুবছৰ আগৰ আৰু চাৰিবছৰ পিছৰ বয়সৰ পূৰণফল হয় $(x-2)(x+4)$

গতিকে $\quad (x-2)(x+4) = 2x+1$

অৰ্থাৎ $\quad x^2 + 2x - 8 = 2x + 1$

অৰ্থাৎ $\quad x^2 - 9 = 0$

গতিকে সুনীতাৰ বৰ্তমান বয়সে $x^2 - 9 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে।

আমি ইয়াক $x^2 = 9$ হিচাপে লিখিব পাৰোঁ। বৰ্গমূল লৈ আমি পাওঁ $x = 3$ বা $x = -3$। যিহেতু বয়সটো যোগাত্মক সংখ্যা, গতিকে $x = 3$।

গতিকে সুনীতাৰ বৰ্তমান বয়স 3 বছৰ।

এতিয়া $(x+2)^2 - 9 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো বিবেচনা কৰা। এইটো সমাধান কৰিবলৈ, আমি ইয়াক $(x+2)^2 - 9 = 0$ হিচাপে লিখিব পাৰোঁ। বৰ্গমূল লৈ আমি পাওঁ, $x + 2 = 3$ বা $x + 2 = -3$ গতিকে $x = 1$ বা $x = -5$।

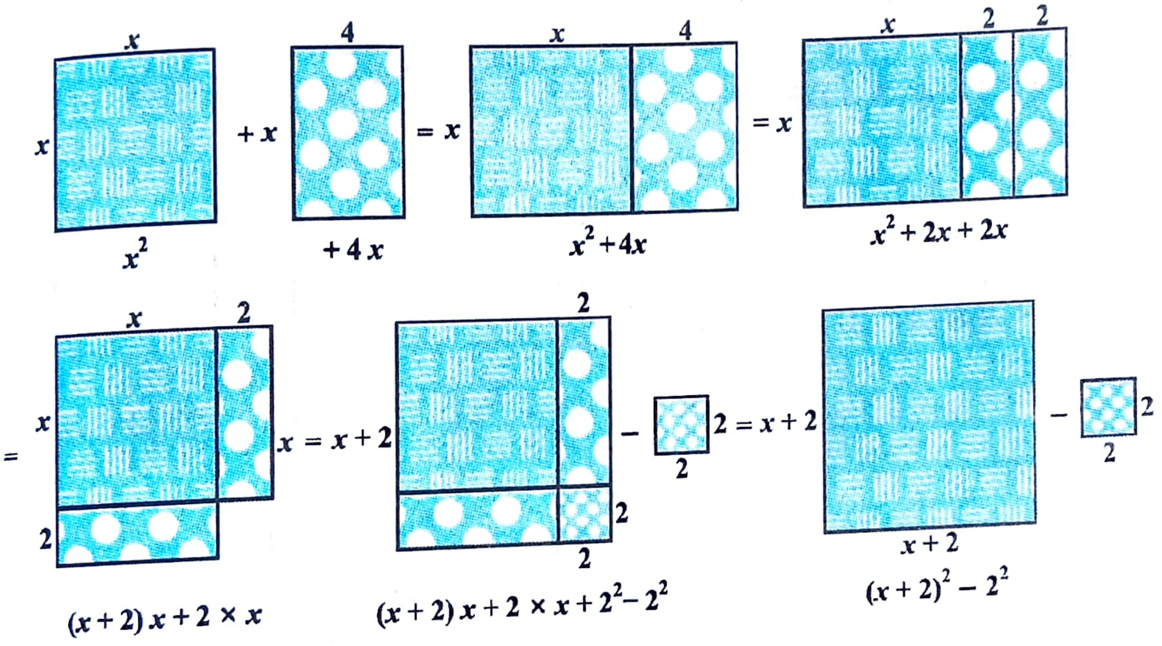
গতিকে $(x+2)^2 - 9 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা 1 আৰু -5।

ওপৰৰ দুয়োটা উদাহৰণতে, x ধাৰণ কৰা পদটো সম্পূৰ্ণভাৱে এটা বৰ্গৰ ভিতৰত আছে, আৰু আমি মূলকেইটা বৰ্গমূল লৈ সহজে উলিয়াব পাৰিছিলোঁ। কিন্তু আমাক যদি সোধা হয় $x^2 + 4x - 5 = 0$ সমীকৰণটো সমাধা কৰিবলৈ, তেন্তে কি হ'ব? সম্ভৱতঃ আমি উৎপাদকীকৰণ প্ৰয়োগ কৰি সেইটো

কৰিবলৈ চাম, যেতিয়ালৈকে আমি অনুভৱ (কেনেবাকৈ) কৰোঁ যে $x^2 + 4x - 5 = (x + 2)^2 - 9$।

গতিকে $x^2 + 4x - 5 = 0$ সমাধান কৰাটো $(x + 2)^2 - 9 = 0$ক সমাধান কৰাৰ সমতুল্য, যাক আমি অতি বেগেৰে কৰিব পৰাটো দেখিছোঁ। আচলতে, আমি যিকোনো দ্বিঘাত সমীকৰণকে $(x + a)^2 - b^2 = 0$ আহিঁলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব পাৰোঁ, আৰু পিছত ইয়াৰ মূলবোৰ সহজে উলিয়াব পাৰোঁ। এইটো সম্ভৱ হয়নে আমি চাওঁ আহা। চিত্র 4.2 লৈ চোৱা।

এই চিত্ৰটোত, আমি দেখা পাওঁ $x^2 + 4x$ ক কিদৰে $(x + 2)^2 - 4$লৈ পৰিৱৰ্তন কৰা হৈছে।



চিত্ৰ 4.2

প্ৰণালীটো তলত দিয়াৰ দৰে ঃ

$$x^2 + 4x = \left(x^2 + \frac{4}{2}x\right) + \frac{4}{2}x$$

$$= x^2 + 2x + 2x$$

$$= (x + 2)\,x + 2 \times x$$

$$= (x + 2)\,x + 2 \times x + 2 \times 2 - 2 \times 2$$

$$= (x + 2)\,x + (x + 2) \times 2 - 2 \times 2$$

$$= (x + 2)\,(x + 2) - 2^2$$

$$= (x + 2)^2 - 4$$

Daily Assam

গতিকে, $x^2 + 4x - 5 = (x+2)^2 - 4 - 5 = (x+2)^2 - 9$

গতিকে, $x^2 + 4x - 5 = 0$ বর্গ সম্পূৰণ প্ৰণালীৰে $(x+2)^2 - 9 = 0$ হিচাপে লিখিব পাৰি। এইটো **বৰ্গ সম্পূৰণ পদ্ধতি** বুলি জনা হয়।

চমুকৈ, এইটোক তলৰ দৰে দেখুৱাব পাৰি ঃ

$$x^2 + 4x = \left(x+\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \left(x+\frac{4}{2}\right)^2 - 4$$

গতিকে, $x^2 + 4x - 5 = 0$ ক

$\left(x+\frac{4}{2}\right)^2 - 4 - 5 = 0$ হিচাপে

অৰ্থাৎ $(x+2)^2 - 9 = 0$ হিচাপে লিখিব পাৰি।

এতিয়া $3x^2 - 5x + 2 = 0$ সমীকৰণটো বিচাৰ কৰা। মন কৰা যে x^2 ৰ সহগটো এটা পূৰ্ণবৰ্গ নহয়। গতিকে সমীকৰণটোক দুয়োপিনে 3ৰে পূৰণ কৰি আমি পাওঁ।

$$9x^2 - 15x + 6 = 0$$

এতিয়া, $9x^2 - 15x + 6 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times \frac{5}{2} + 6$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6$$

$$= \left(3x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 6 = \left(3x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

গতিকে, $9x^2 - 15x + 6 = 0$ক

$\left(3x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$ হিচাপে

অৰ্থাৎ $\left(3x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ হিচাপে লিখিব পাৰি।

গতিকে $9x^2 - 15x + 6 = 0$ ৰ সমাধানবোৰ $\left(3x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ৰ সৈতে একে, অৰ্থাৎ

$$3x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \text{ বা } 3x - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$$

(আমি ইয়াক এইদৰেও চুটিকৈ লিখিব পাৰোঁ $3x - \frac{5}{2} = \pm\frac{1}{2}$, য'ত '±'য়ে 'যোগ-বিয়োগ' বুজাইছে।)

সেয়ে, $3x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}$ বা $3x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$

গতিকে, $x = \frac{5}{6} + \frac{1}{6}$ বা $x = \frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

সেয়েহে $x = 1$ নাইবা $x = \frac{4}{6}$

অৰ্থাৎ $x = 1$ নাইবা $x = \frac{2}{3}$

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা 1 আৰু $\frac{2}{3}$ ।

মন্তব্য : এই প্ৰণালীটো তলত দিয়াৰ দৰে অইন এক ধৰণেও দেখুৱাব পাৰি।

সমীকৰণটো $3x^2 - 5x + 2 = 0$

এইটো $x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0$ ৰ সৈতে একে।

এতিয়া, $x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = \left\{x - \frac{1}{2}\left(\frac{5}{3}\right)\right\}^2 - \left\{\frac{1}{2}\left(\frac{5}{3}\right)\right\}^2 + \frac{2}{3}$

$$= \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{2}{3} - \frac{25}{36}$$

$$= \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{36} = \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

গতিকে $3x^2 - 5x + 2 = 0$ ৰ সমাধানকেইটা $\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0$ ৰ সৈতে একেই,

Daily Assam

যিকেইটা $x - \frac{5}{6} = \pm \frac{1}{6}$ অৰ্থাৎ $x = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 1$ আৰু $x = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

ওপৰৰ প্ৰণালীটো বৰ্ণনা কৰাৰ বাবে আমি কেইটামান উদাহৰণ বিবেচনা কৰোঁ ঃ

উদাহৰণ 7 ঃ উদাহৰণ-3ত দিয়া সমীকৰণটো বৰ্গ-সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে সমাধা কৰা।

সমাধান ঃ $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকৰণটো $x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$ৰ সৈতে একে।

এতিয়া, $x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \frac{3}{2} = \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}$

গতিকে, $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ক $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$ হিচাপে লিখিব পাৰি।

সেয়ে $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ সঠিকভাৱে $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$ৰ মূলবোৰৰ সৈতে একে।

এতিয়া, $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$ সমীকৰণটো $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ৰ সৈতে একে।

গতিকে $x - \frac{5}{4} = \pm \frac{1}{4}$

অৰ্থাৎ $x = \frac{5}{4} \pm \frac{1}{4}$

অৰ্থাৎ $x = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}$ বা $x = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}$

অৰ্থাৎ $x = \frac{3}{2}$ বা $x = 1$

গতিকে সমীকৰণটোৰ সমাধান $x = \frac{3}{2}$ আৰু 1।

আমাৰ সমাধানবোৰ **সত্যাপন** কৰোঁ আহা ঃ

$2x^2 - 5x + 3 = 0$ত $x = \frac{3}{2}$ বহুৱাই আমি পাওঁ,

$2\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{3}{2}\right) + 3 = 0$, যিটো শুদ্ধ। একেদৰে তুমি পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা যে, $x = 1$ য়েও প্ৰদত্ত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰিছে।

উদাহৰণ-7ত আমি $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকৰণটোক কেওপিনে 2ৰে হৰণ কৰি পাইছিলো, $x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$ যাতে প্ৰথম পদটো পূৰ্ণবৰ্গ হয় আৰু পিছত বৰ্গটো সম্পূৰ্ণ কৰিছিলোঁ। ইয়াৰ পৰিৱৰ্তে আমি কেওপিনে 2ৰে পূৰণ কৰি প্ৰথম পদটো $4x^2 = (2x)^2$ কৰি বৰ্গটো সম্পূৰ্ণ কৰিবও পাৰোঁ।

এই পদ্ধতিটো পিছৰ উদাহৰণত বৰ্ণনা কৰা হ'ল ঃ

উদাহৰণ 8 ঃ বৰ্গ সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে $5x^2 - 6x - 2 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা উলিওৱা।

সমাধান ঃ সমীকৰণটোৰ দুয়োপিনে 5ৰে পূৰণ কৰি আমি পাওঁ,

$$25x^2 - 30x - 10 = 0$$

এইটো তলৰটোৰ সৈতে একে,

$$(5x)^2 - 2 \times (5x) \times 3 + 3^2 - 3^2 - 10 = 0$$

অৰ্থাৎ $(5x - 3)^2 - 9 - 10 = 0$

অৰ্থাৎ $(5x - 3)^2 - 19 = 0$

অৰ্থাৎ $(5x - 3)^2 = 19$

অৰ্থাৎ $5x - 3 = \pm\sqrt{19}$

অৰ্থাৎ $5x = 3 \pm \sqrt{19}$

গতিকে $x = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{5}$

গতিকে মূলকেইটা হ'ব $\frac{3+\sqrt{19}}{5}$ আৰু $\frac{3-\sqrt{19}}{5}$

সত্যাপন কৰা যে মূলদুটা $\frac{3+\sqrt{19}}{5}$ আৰু $\frac{3-\sqrt{19}}{5}$ ।

উদাহৰণ 9 ঃ বৰ্গ সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে $4x^2 + 3x + 5 = 0$ৰ মূলবোৰ উলিওৱা।

সমাধান ঃ মন কৰা যে, $4x^2 + 3x + 5 = 0$ তলৰটোৰ সৈতে একে ঃ

$$(2x)^2 + 2 \times (2x) \times \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 5 = 0$$

Daily Assam

অৰ্থাৎ $\left(2x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}+5=0$

বা $\left(2x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{71}{16}=0$

বা $\left(2x+\frac{3}{4}\right)^2=\frac{-71}{6}<0$

কিন্তু xৰ কোনো বাস্তৱ মানৰ ক্ষেত্ৰতেই $\left(2x+\frac{3}{4}\right)^2$ বিয়োগাত্মক হ'ব নোৱাৰে (কিয়?)। গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোক সিদ্ধ কৰা xৰ কোনো বাস্তৱ মান নাই। সেয়ে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাই।

এতিয়ালৈকে তোমালোকে বৰ্গ-সম্পূৰণ পদ্ধতিটোৰ ব্যৱহাৰৰ কেইবাটাও উদাহৰণ দেখিলা। এতিয়া,

$ax^2+bx+c=0,\ (a\neq 0)$, দ্বিঘাত সমীকৰণটো বিবেচনা কৰা। aৰে দুয়োপিনে হৰণ কৰিলে আমি পাওঁ, $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$, যিটো তলৰটোৰ দৰে একে,

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}=0$$

অৰ্থাৎ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ মূল,

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$,ৰ সৈতে একে,

অৰ্থাৎ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ৰ সৈতে একে ....(1)

যদি $b^2-4ac\geq 0$, তেন্তে (1)ত বৰ্গমূল লৈ আমি পাওঁ,

$$x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

গতিকে, $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

সেয়েহে $ax^2 + bx + c = 0$ৰ মূলবোৰ $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ আৰু $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ যদিহে $b^2 - 4ac \geq 0$।

যদি $b^2 - 4ac < 0$, তেন্তে সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাথাকিব (কিয়?)

এতেকে, **যদি $b^2 - 4ac \geq 0$, তেন্তে $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$।**

দ্বিঘাত সমীৰণৰ মূল নিৰ্ণয় কৰা এই সূত্ৰটোক **দ্বিঘাত সূত্ৰ (quadratic formula)** বুলি কোৱা হয়।

দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰৰ বৰ্ণনা কৰাৰ বাবে আমি কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আহা।

উদাহৰণ 10 ঃ অনুশীলনী 4.1ৰ প্ৰশ্ন 2(i)টো দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি সমাধা কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা মাটি টুকুৰাৰ প্ৰস্থ x মিটাৰ। তেন্তে দৈৰ্ঘ্য হ'ব $(2x + 1)$ মিটাৰ। আমাক দিয়া আছে যে,

$x(2x + 1) = 528$, অৰ্থাৎ $2x^2 + x - 528 = 0$।

এই সমীকৰণটো $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ, য'ত $a = 2, b = 1, c = -528$

গতিকে দ্বিঘাত সূত্ৰই আমাক সমাধানটো এইদৰে দিব,

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(2)(528)}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{4225}}{4} = \frac{-1 \pm 65}{4}$$

অৰ্থাৎ $$x = \frac{64}{4} \text{ বা } x = \frac{-66}{4}$$

অৰ্থাৎ $$x = 16 \quad \text{বা} \quad x = -\frac{33}{2}$$

যিহেতু x এটা মাত্ৰা (dimension) (প্ৰস্থ),ই বিয়োগাত্মক হ'ব নোৱাৰে, গতিকে মাটি টুকুৰাৰ প্ৰস্থ 16 মিটাৰ। গতিকে মাটি টুকুৰাৰ দৈৰ্ঘ্য 33 মিটাৰ।

তোমালোকে সত্যাপন কৰিব লাগে যে এই মানবোৰে সমস্যাটোৰ চৰ্তসমূহ সিদ্ধ কৰে।

উদাহৰণ 11 ঃ দুটা ক্ৰমিক অযুগ্ম যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যা উলিওৱা যাৰ বৰ্গৰ যোগফল 290।

সমাধান ঃ ধৰা অযুগ্ম যোগাত্মক ক্ৰমিক সংখ্যা দুটাৰ সৰুটো x। তেতিয়া পিছৰটো হ'ব $x + 2$।

প্ৰশ্নমতে, $x^2 + (x + 2)^2 = 290$

Daily Assam

অৰ্থাৎ $x^2 + x^2 + 4x + 4 = 290$

বা $2x^2 + 4x - 286 = 0$

বা $x^2 + 2x - 143 = 0$; যিটো এটা xঅত দ্বিঘাত সমীকৰণ।

দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 572}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{576}}{2} = \frac{-2 \pm 24}{2}$$

অৰ্থাৎ $x = 11$ বা $x = -13$

কিন্তু দিয়ামতে x যোগাত্মক অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা।

সেয়ে $x \neq -13$, অৰ্থাৎ $x = 11$.

গতিকে অযুগ্ম অখণ্ড ক্ৰমিক সংখ্যা দুটা 11 আৰু 13।

পৰীক্ষা ঃ $11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$.

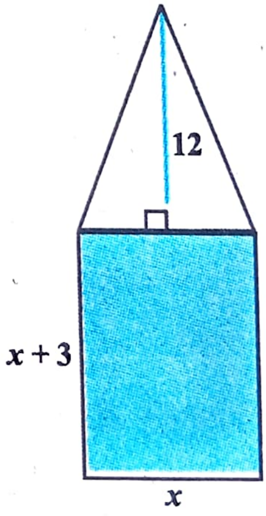
উদাহৰণ 12 ঃ এখন আয়তাকাৰ উদ্যানৰ চানেকি প্ৰস্তুত কৰিব লাগে যাৰ প্ৰস্থ দীঘতকৈ 3 মিটাৰ কম। এইখন উদ্যানৰ কালি ইতিমধ্যে বনোৱা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ অইন এখন উদ্যানৰ কালিতকৈ 4 বৰ্গ মিটাৰ বেছি হ'ব লাগিব, যিটো ত্ৰিভুজৰ ভূমি আয়তাকাৰ উদ্যানখনৰ প্ৰস্থৰ সমান আৰু উচ্চতা 12 মিটাৰ (চিত্ৰ 4.3 চোৱা)

সমাধান ঃ ধৰা আয়তাকাৰ উদ্যানৰ প্ৰস্থ x মিটাৰ

গতিকে ইয়াৰ দৈৰ্ঘ্য $= (x + 3)$ মিটাৰ।

গতিকে আয়তাকাৰ উদ্যানৰ কালি $= x(x + 3)\ m^2 = (x^2 + 3x)\ m^2$.

এতিয়া সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজটোৰ ভূমি $= x$ মিটাৰ।



চিত্ৰ. 4.3

গতিকে ইয়াৰ কালি $= \frac{1}{2} \times x \times 12 = 6x$ বৰ্গ মিটাৰ

প্ৰশ্নমতে,

$$x^2 + 3x = 6x + 4$$

অৰ্থাৎ $x^2 - 3x - 4 = 0$

দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি, আমি পাওঁ,

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = 4 \text{ বা } -1$$

কিন্তু $x \neq -1$ (কিয় ?)। গতিকে $x = 4$।

গতিকে উদ্যানখনৰ প্ৰস্থ = 4 মিটাৰ আৰু ইয়াৰ দীঘ = 7 মিটাৰ।

সত্যাপন ঃ আয়তীয় উদ্যানৰ কালি = 28 বৰ্গ মিটাৰ।

ত্ৰিভুজীয় উদ্যানৰ কালি = 24 মি^{2} = (28 – 4) বৰ্গ মিটাৰ

উদাহৰণ 13 ঃ দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূল নিৰ্ণয় কৰা, যদি মূল বৰ্তে।

(i) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ (ii) $x^2 + 4x + 5 = 0$ (iii) $2x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 1 = 0$

সমাধান ঃ

(i) $3x^2 - 5x + 2 = 0$. ইয়াত, $a = 3, b = -5, c = 2$

গতিকে $b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1 > 0.$

এতেকে, $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{1}}{6} = \dfrac{5 \pm 1}{6}$, অৰ্থাৎ $x = 1$ বা $x = \dfrac{2}{3}$

গতিকে মূল দুটা $\dfrac{2}{3}$ আৰু 1।

(ii) $x^2 + 4x + 5 = 0$, ইয়াত, $a = 1, b = 4, c = 5.$

গতিকে, $b^2 - 4ac = 16 - 20 = -4 < 0.$

যিহেতু এটা বাস্তৱ সংখ্যাৰ বৰ্গ বিয়োগাত্মক হ'ব নোৱাৰে, গতিকে $\sqrt{b^2 - 4ac}$ ৰ কোনো বাস্তৱ মান থাকিব নোৱাৰে।

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাথাকে।

(iii) $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$. ইয়াত, $a = 2, b = -2\sqrt{2}, c = 1.$

গতিকে $b^2 - 4ac = 8 - 8 = 0$

এতেকে, $x = \dfrac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{0}}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \pm 0$ অৰ্থাৎ $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

গতিকে মূল দুটা $\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

উদাহৰণ 14 ঃ তলৰ সমীকৰণকেইটাৰ মূল নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $x + \dfrac{1}{x} = 3, x \neq 0$ (ii) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x-2} = 3, x \neq 0,2$

সমাধান ঃ

(i) $x + \dfrac{1}{x} = 3$, দুয়োপিনে xৰে পূৰণ কৰিলে আমি পাওঁ

Daily Assam

$$x^2 + 1 = 3x$$

বা $x^2 - 3x + 1 = 0$, যিটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

ইয়াত, $a = 1, b = -3, c = 1$

গতিকে, $b^2 - 4ac = 9 - 4 = 5 > 0$

এতেকে, $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ (কিয়?)

গতিকে মূলদুটা হ'ব $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ আৰু $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

(ii) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 3, x \neq 0, 2.$

যিহেতু $x \neq 0, 2$, সমীকৰণটোক $x(x-2)$ৰে পূৰণ কৰি পাওঁ,

$$(x-2) - x = 3x(x-2) = 3x^2 - 6x$$

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো হ'ব $3x^2 - 6x + 2 = 0$, যিটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

ইয়াত, $a = 3, b = -6, c = 2.$

গতিকে, $b^2 - 4ac = 36 - 24 = 12 > 0$

এতেকে, $x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}.$

গতিকে মূল দুটা $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$ আৰু $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$।

উদাহৰণ 15 ঃ এখন মটৰ নাও স্থিৰ পানীত প্ৰতি ঘণ্টাত 18 কি.মি. যায়। ই উজনি সোঁতত 24 কি.মি. যোৱা সময়টো, ভটিয়নীত একেখন ঠাইলৈ ঘূৰি অহা সময়তকৈ 1 ঘণ্টা বেছি। পানীৰ সোঁতৰ দ্ৰুতি উলিওৱা।

সমাধান ঃ ধৰা পানীৰ সোঁতৰ দ্ৰুতি প্ৰতি ঘণ্টাত x কি.মি.

এতেকে, উজনি সোঁতত নাওৰ দ্ৰুতি = $(18 - x)$ কি.মি./ঘণ্টা

আৰু ভটিয়নী সোঁতত নাওঁৰ দ্ৰুতি = $(18 + x)$ কি.মি./ঘণ্টা

উজনিলৈ যাওঁতে লোৱা সময় = $\frac{\text{দূৰত্ব}}{\text{দ্ৰুতি}} = \frac{24}{18-x}$ ঘণ্টা

একেদৰে ভাটিলৈ যাওঁতে লোৱা সময় = $\frac{24}{18+x}$ ঘণ্টা

প্ৰশ্নমতে, $\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$

অৰ্থাৎ $24(18+x) - 24(18-x) = (18-x)(18+x)$

অৰ্থাৎ $x^2 + 48x - 324 = 0$

দ্বিঘাত সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ,

$$x = \frac{-48 \pm \sqrt{48^2 + 1296}}{2} = \frac{-48 \pm \sqrt{3600}}{2}$$

$$= \frac{-48 \pm 60}{2} = 6 \text{ বা } -54$$

যিহেতু x সোঁতৰ দ্ৰুতি, ই বিয়োগাত্মক হ'ব নোৱাৰে। গতিকে $x = -54$ মূলটো উপেক্ষা কৰিম। এতেকে, $x = 6$ য়ে পানীৰ সোঁতৰ দ্ৰুতি 6 কি.মি./ঘণ্টা দিয়ে।

অনুশীলনী 4.3

1. বৰ্গ সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূল (যদি বৰ্তে) উলিওৱা।

(i) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ (ii) $2x^2 + x - 4 = 0$ (iii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

(iv) $2x^2 + x + 4 = 0$ (v) $x^2 + 4x + 1 = 0$ (vi) $4x^2 + x - 3 = 0$

2. দ্বিঘাত সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি ওপৰৰ প্ৰশ্ন-1ত দিয়া দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূল নিৰ্ণয় কৰা।

3. তলৰ সমীকৰণবোৰৰ মূল উলিওৱা ঃ

(i) $x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$ (ii) $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$

(iii) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$ (iv) $2x^2 + \frac{1}{2} = 2x$

(v) $x + \frac{1}{x} = 2$ (vi) $\frac{5x-6}{4x-1} = \frac{2x+3}{3x+2}$

4. আজিৰপৰা 3 বছৰ আগৰ আৰু 5 বছৰ পিছৰ ৰহমানৰ বয়সৰ প্ৰতিক্ৰমবোৰৰ যোগফল $\frac{1}{3}$ । তেওঁৰ বৰ্তমান বয়স উলিওৱা।

5. এটা শ্ৰেণী-পৰীক্ষাত শেৱালিৰ গণিতৰ নম্বৰ আৰু ইংৰাজীৰ নম্বৰ দুটাৰ যোগফল 30। তাই যদি গণিতত আৰু 2 নম্বৰ বেছি আৰু ইংৰাজীত 3 নম্বৰ কম পালেহেঁতেন, এই নম্বৰ দুটাৰ পূৰণ ফল 210 হ'লহেঁতেন। তাইৰ বিষয় দুটাত পোৱা নম্বৰবোৰ উলিওৱা।

Daily Assam

6. এখন আয়তাকাৰ পথাৰৰ কৰ্ণৰ দীঘ ইয়াৰ চুটি বাহুটোতকৈ 60 মিটাৰ বেছি। যদি দীঘল বাহুটো চুটি বাহুটোতকৈ 30 মিটাৰ বেছি, পথাৰখনৰ বাহু দুটাৰ দীঘ উলিওৱা।
7. দুটা সংখ্যাৰ বৰ্গৰ পাৰ্থক্য 180। সৰু সংখ্যাটোৰ বৰ্গ ডাঙৰ সংখ্যাটোৰ 8 গুণ। সংখ্যা দুটা উলিওৱা।
8. এখন ৰে'লগাড়ীয়ে সমান দ্ৰুতিত 360 কি.মি. ভ্ৰমণ কৰে। যদি ইয়াৰ দ্ৰুতি ঘণ্টাত 5 কি.মি. বেছি হ'লহেঁতেন, ই একেটা ভ্ৰমণৰ সময় 1 ঘণ্টা কম ল'লেহেঁতেন। ৰে'লগাড়ীখনৰ দ্ৰুতি উলিওৱা।
9. দুটা পানীৰ নলীয়ে এটা চৌবাচ্চা $9\frac{3}{8}$ ঘণ্টাত পূৰ কৰে। চৌবাচ্চাটো বেলেগে বেলেগে পূৰ কৰিবলৈ হ'লে ডাঙৰ ব্যাসৰ নলীটোৱে সৰু ব্যাসৰ নলীটোতকৈ 10 ঘণ্টা সময় কম লয়। প্ৰত্যেকটো নলীয়ে বেলেগে বেলেগে কিমান সময়ত চৌবাচ্চাটো পূৰ কৰিব পাৰিব উলিওৱা।
10. মহীশূৰ আৰু বাংগালোৰৰ মাজত 132 কি.মি. পথ ভ্ৰমণ কৰিবলৈ এখন দ্ৰুতবেগী ৰে'লগাড়ী এখন যাত্ৰীবাহী ৰে'লগাড়ীতকৈ 1 ঘণ্টা সময় কম লয় (মাজৰ ষ্টেছনবোৰত সিহঁতে ৰোৱা সময়খিনি নধৰাকৈ)। যদি দ্ৰুতবেগী ৰে'লগাড়ীখনৰ গড় দ্ৰুতি যাত্ৰীবাহী ৰে'লগাড়ীখনতকৈ ঘণ্টাত 11 কি.মি. বেছি, ৰে'লগাড়ী দুখনৰ গড় দ্ৰুতি উলিওৱা।
11. দুটা বৰ্গৰ কালিৰ যোগফল 468 বৰ্গমিটাৰ। যদি সিহঁতৰ পৰিসীমাৰ পাৰ্থক্য 24 মিটাৰ, বৰ্গ দুটাৰ বাহুৰ পৰিমাণ উলিওৱা।

4.5 মূলৰ প্ৰকৃতি (Nature of Roots)

আগৰ অনুচ্ছেদত তোমালোকে দেখিছা যে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ এনেদৰে দিয়া হয়,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

যদি $b^2 - 4ac > 0$, আমি দুটা স্পষ্ট বাস্তৱ মূল পাওঁ, $-\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ আৰু $-\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

যদি $b^2 - 4ac = 0$, তেন্তে $x = -\frac{b}{2a} \pm 0$, অৰ্থাৎ $x = -\frac{b}{2a}$ বা $x = -\frac{b}{2a}$

গতিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকৰণটোৰ দুয়োটা মূল $\frac{-b}{2a}$.

এতেকে এই ক্ষেত্ৰত আমি ক'ম যে $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ দুটা সমান বাস্তৱ মূল আছে।

যদি $b^2 - 4ac < 0$, তেন্তে কোনো বাস্তৱ সংখ্যা নাথাকে যাৰ বৰ্গ $b^2 - 4ac$। এতেকে, এই ক্ষেত্ৰত প্ৰদত্ত দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাথাকে।

যিহেতু $b^2 - 4ac$ টোৱে $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ মূল থকা বা নথকাটো নিৰ্ণয় কৰে, গতিকে $b^2 - 4ac$ক এই দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ **বিবেচিকা বা ভেদ নিৰূপক (discriminant)** বুলি কোৱা হয়।

গতিকে $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ,

(i) দুটা স্পষ্ট (ভিন্ন) বাস্তৱ মূল আছে, যদি $b^2 - 4ac > 0$,

(ii) দুটা সমান বাস্তৱ মূল আছে, যদি $b^2 - 4ac = 0$,

(iii) কোনো বাস্তৱ মূল নাই, যদি $b^2 - 4ac < 0$.

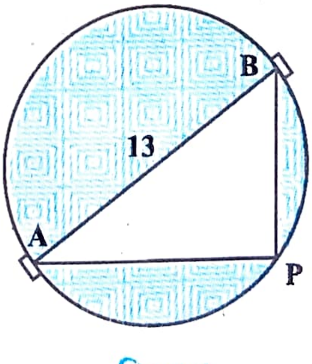
আমি কেইটামান উদাহৰণ বিবেচনা কৰো ঃ

উদাহৰণ 16 ঃ $2x^2 - 4x + 3 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ ভেদনিৰূপক উলিওৱা আৰু ইয়াৰপৰা মূল দুটাৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণটো $ax^2 + bx + c = 0$, য'ত $a = 2$, $b = -4$ আৰু $c = 3$। এতেকে, ভেদ নিৰূপকটো $b^2 - 4ac = (-4)^2 - (4 \times 2 \times 3) = 16 - 24 = -8 < 0$. গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাই।

উদাহৰণ 17 ঃ 13 মিটাৰ ব্যাসৰ এখন বৃত্তাকাৰ উদ্যানৰ সীমাৰেখাৰ এটা বিন্দুত এটা খুঁটা এইদৰে নিৰ্মাণ কৰিব লাগে যে ইয়াৰপৰা এটা ব্যাসৰ বিপৰীত মূৰে থকা A আৰু B দুখন নিৰ্দিষ্ট গেটৰ দূৰত্বৰ পাৰ্থক্য 7 মিটাৰ হয়। এনেদৰে নিৰ্মাণ কৰাটো সম্ভৱনে? যদি সম্ভৱ, তেন্তে গেট দুখনৰপৰা কিমান দূৰত্বত খুঁটাটো বান্ধিব লাগিব?

সমাধান ঃ আমি প্ৰথমে চিত্ৰটো আঁকি লওঁ। (চিত্ৰ 4.4 চোৱা)।



চিত্ৰ 4.4

ধৰা খুটাটোৰ নিৰ্ণেয় স্থান P। ধৰা খুটাটোৰ দূৰত্ব B গেটৰপৰা x মিটাৰ; অৰ্থাৎ BP = x মিটাৰ। এতিয়া গেট দুখনৰপৰা খুটাটোৰ দূৰত্বৰ পাৰ্থক্য = AP – BP (নাইবা BP – AP) = 7 মিটাৰ।

এতেকে, AP = $(x + 7)$ মিটাৰ।

Daily Assam

এতিয়া, AB = 13 মিটাৰ। যিহেতু AB এটা ব্যাস

$\angle APB = 90°$ (কিয়?)

এতেকে, $AP^2 + PB^2 = AB^2$ (পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য)

অৰ্থাৎ $(x + 7)^2 + x^2 = 13^2$

বা $x^2 + 14x + 49 + x^2 = 169$

বা $2x^2 + 14x - 120 = 0$

গতিকে, গেট Bৰ পৰা খুটাৰ দূৰত্ব 'x'য়ে $x^2 + 7x - 60 = 0$ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে। সেয়ে যদি এই সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ মূল থাকে, তেতিয়া খুটাটোক স্থাপন কৰাটো সম্ভৱ হ'ব। এইটো হয় নে নহয় চাবলৈ আমি ইয়াৰ ভেদনিৰূপক বিচাৰ কৰি চাওঁ আহা। ভেদনিৰূপকটো—

$$b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times 1 \times (-60) = 289 > 0.$$

গতিকে এই দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ দুটা বাস্তৱ মূল আছে; আৰু উদ্যানৰ সীমাৰেখাত খুটাটো নিৰ্মাণ কৰাটো সম্ভৱ।

দ্বিঘাত সূত্ৰৰ সহায়ত $x^2 + 7x - 60 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো সমাধা কৰি, আমি পাওঁ,

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2}$$

এতেকে $x = 5$ বা -12

যিহেতু B গেট আৰু খুটাৰ মাজত x এটা দূৰত্ব, ই যোগাত্মক হ'ব লাগিব। এতেকে, $x = -12$ক বাদ দিব লাগিব। গতিকে $x = 5$।

এতেকে, গেট Bৰ পৰা 5 মিটাৰ দূৰত্বত আৰু গেট Aৰ পৰা 12 মিটাৰ দূৰত্বত উদ্যানৰ সীমাৰেখাত খুটাটো নিৰ্মাণ কৰিব লাগিব।

উদাহৰণ 18 : $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ সমীকৰণটোৰ ভেদ নিৰূপক উলিওৱা আৰু ইয়াৰপৰা মূলবোৰৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা। যদি সিহঁত বাস্তৱ, তেন্তে মূলকেইটা উলিওৱা।

সমাধান : ইয়াত $a = 3$, $b = -2$ আৰু $c = \frac{1}{3}$

গতিকে ভেদনিৰূপক $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 3 \times \frac{1}{3} = 4 - 4 = 0$

ইয়াৰপৰা, প্ৰদত্ত দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ দুটা সমান বাস্তৱ মূল আছে। মূলকেইটা

$\frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a}$ অৰ্থাৎ $\frac{2}{6}, \frac{2}{6}$ অৰ্থাৎ $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$।

অনুশীলনী 4.4

1. তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূলবোৰৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা। যদি বাস্তৱ মূল থাকে, তেন্তে সেইবোৰ উলিওৱা।

   (i) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ (ii) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$
   (iii) $2x^2 - 6x + 3 = 0$ (iv) $9x^2 - 6x + 1 = 0$
   (v) $3x^2 - 5x + 12 = 0$ (vi) $x^2 + x + 1 = 0$
   (vii) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 9 = 0$

2. তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ প্ৰতিটোৰে ক্ষেত্ৰত kৰ মান উলিওৱা, যাতে সিহঁতৰ দুটাকৈ (সমান) বাস্তৱ মূল থাকে।

   (i) $2x^2 + kx + 3 = 0$ (ii) $kx(x - 2) + 6 = 0$
   (iii) $x^2 - (k + 4)x + 2k + 5 = 0$ (iv) $2x^2 + 8x - k^3 = 0$
   (v) $(k - 3)x^2 + 6x + 9 = 0$ (vi) $(k - 12)x^2 + 2(k - 12)x + 2 = 0$

3. প্ৰস্থতকৈ দীঘ দুগুণ হোৱাকৈ এখন আয়তাকাৰ আমৰ বাগিছাৰ চানেকি প্ৰস্তুত কৰাটো সম্ভৱ হ'বনে যাতে ইয়াৰ কালি 800 বৰ্গমিটাৰ হয়? যদি সম্ভৱ, ইয়াৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিওৱা।

4. তলৰ পৰিস্থিতিটো সম্ভৱ হয়নে? যদি হয়, তেওঁলোকৰ বৰ্তমান বয়স নিৰ্ণয় কৰা।
   দুজন বন্ধুৰ বয়সৰ সমষ্টি 20 বছৰ। চাৰি বছৰ আগতে তেওঁলোকৰ বয়সৰ পূৰণফল (বছৰত) আছিল 48।

5. পৰিসীমা 80 মিটাৰ আৰু কালি 400 বৰ্গ মিটাৰ হোৱাকৈ এখন আয়তাকাৰ উদ্যানৰ চানেকি কৰাটো সম্ভৱনে? যদি হয়, ইয়াৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিওৱা।

4.6 সাৰাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলৰ কথাখিনি অধ্যয়ন কৰিছা

1. x চলকত এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ, য'ত a, b, c বোৰ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$।
2. দ্বিঘাত সমীকৰণ $ax^2 + bx + c = 0$ৰ মূল এটা বাস্তৱ সংখ্যা α, যদি $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$। $ax^2 + bx + c$ দ্বিঘাত বহুপদটোৰ শূন্যকেইটা আৰু $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা একে।
3. যদি আমি $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ ক দুটা ৰৈখিক উৎপাদকৰ পূৰণফল হিচাপে উৎপাদকত ভাঙিব পাৰোঁ, তেন্তে $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা প্ৰতিটো উৎপাদককে শূন্যৰ সমান কৰি উলিয়াব পাৰি।
4. দ্বিঘাত সমীকৰণ এটাক বৰ্গ-সম্পূৰণ পদ্ধতিৰেও সমাধা কৰিব পাৰি।

Daily Assam

5. দ্বিঘাত সূত্ৰ ঃ $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা এইদৰে দিয়া হয়—

$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, এই চৰ্তত যে $b^2 - 4ac \geq 0$।

6. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণ এটাৰ

(i) দুটা স্পষ্ট (ভিন্ন) বাস্তৱ মূল থাকে, যদি $b^2 - 4ac > 0$,

(ii) দুটা সমান মূল থাকে (অৰ্থাৎ একে সমান মূল), যদি $b^2 - 4ac = 0$, আৰু

(iii) কোনো বাস্তৱ মূল নাথাকে, যদি $b^2 - 4ac < 0$।

পঢ়ুৱৈলৈ এটি টোকা (A Note To The Reader)

বৰ্ণনাজড়িত প্ৰশ্নৰ ক্ষেত্ৰত, প্ৰাপ্ত সমাধানকেইটা সদায় মূল সমস্যাৰ চৰ্তবোৰৰ সৈতে সত্যাপন কৰা উচিত, গঠন কৰা সমীকৰণটোত নহয় (অধ্যায় 3ৰ উদাহৰণ 11, 13, 19 আৰু অধ্যায় 4ৰ উদাহৰণ 10, 11, 12 চোৱা।)